

# 自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性

熊卫华<sup>†</sup>, 董瑞华, 吴之昊, 顾敏明

(浙江理工大学机械与自动控制学院, 杭州 310018)

**摘要:** 针对非线性马尔科夫跳变多智能体系统在有向固定拓扑下的领导跟随一致性问题, 为减少智能体间不必要的通信传输, 节约网络资源, 保证系统性能, 提出一种自适应事件触发控制策略. 首先, 将每一个智能体均视为马尔科夫跳变系统, 且马尔科夫链的转移概率部分未知; 通过简单的模型转换建立误差系统, 将多智能体系统一致性问题转化为误差系统的稳定性问题; 在此基础上, 构造合适的 Lyapunov-Krasovskii 泛函并利用 Jensen 不等式和线性矩阵不等式等技术给出使多智能体系统达到领导跟随一致性的充分条件及控制器设计方法; 通过求解线性矩阵不等式可以得到多智能体系统一致性控制器增益矩阵和事件触发参数矩阵; 最后, 通过数值仿真验证所提出方法的有效性.

**关键词:** 多智能体系统; 自适应; 事件触发; 一致性; 马尔科夫跳变; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2018.1507

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 熊卫华, 董瑞华, 吴之昊, 等. 自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性[J]. 控制与决策, 2020, 35(11): 2780-2786.

## Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems

XIONG Wei-hua<sup>†</sup>, DONG Rui-hua, WU Zhi-hao, GU Min-ming

(Faculty of Mechanical Engineering and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** Aiming at the leader-following consensus problem of nonlinear Markovian jumping multi-agent systems under the directed fixed topology, in order to reduce unnecessary communication between agents, save network resources and ensure system performance, an adaptive event-triggered control strategy is proposed. Firstly, each agent is taken as a Markovian jumping system, and the transition probabilities of Markov chain is partially unknown. Then, the error system is established by simple model transformation, and the consensus problem of multi-agent systems is transformed into the stability problem of the error system. On this basis, the appropriate Lyapunov-Krasovskii functional is constructed, and the sufficient conditions and the controller design method are provided for multi-agent systems to achieve leader-following consensus by using the Jensen inequality and linear matrix inequality techniques. In addition, by solving the linear matrix inequalities, the multi-agent system consensus controller gain matrices and the event-triggered parameter matrices can be obtained. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by numerical simulation.

**Keywords:** multi-agent systems; adaptive; event-triggered; consensus; Markovian jumping; linear matrix inequalities

## 0 引言

近年来, 由于多智能体系统在传感器网络、无人机编队等<sup>[1-4]</sup>领域具有较好的应用前景, 对其相关问题的研究受到了广泛关注. 一致性问题作为多智能体系统协同控制中的一个重要问题, 迄今为止一直是一个热门的研究课题. 尤其, 当多智能体系统中存在领导者时的一致性问题的研究引起了众多学者的研究兴趣<sup>[5-6]</sup>.

现实中广泛存在随机噪声和参数不确定等因素, 导致系统的状态通常是随机变化的而不是确定的. 因此, 系统的稳定性和性能难免受到系统结构和参数变化的影响. 通过使用马尔科夫跳变系统模拟受随机变化影响的系统, 为解决上述问题提供了有效的方法, 相关研究成果见文献[7-8]. 随着研究的深入, 越来越多的研究者意识到多智能体系统与马尔科夫跳变参数的结合在许多领域存在应用前景(详见文

收稿日期: 2018-11-04; 修回日期: 2019-02-22.

基金项目: 浙江省自然科学基金项目(LQ18F030011); 国家自然科学基金项目(61803339, 61503341).

责任编辑: 李少远.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: vihoo\_2001@163.com.

献[9-10]及其引用文献). 基于此, 文献[9-12]对实现马尔科夫跳变多智能体系统一致性进行了相关研究: 文献[9]通过采用容错控制、Lyapunov-Krasovskii 稳定性理论等, 研究了存在输入饱和及马尔科夫跳变参数的非线性多智能体系统的领导跟随一致性控制设计问题; 文献[12]通过线性矩阵不等式技术构建了保证马尔科夫跳变多智能体系统在随机采样事件触发控制下实现均方一致性的充分条件.

转移概率是马尔科夫跳变系统最重要的部分, 它对系统的行为起到了重要作用. 在实际情况下, 转移概率矩阵中每个元素的值可能难以获得或不能使用. Zhang 等<sup>[13]</sup>成功地解决了这类问题; 此外, Li 等<sup>[14]</sup>对具有输入饱和及部分未知转移概率的马尔科夫跳变系统的事件触发控制器进行了设计. 受此启发, 本文考虑了同时具有已知、在给定区间内不确定和未知 3 种类型转移概率的马尔科夫链.

由于智能体间的通信网络带宽通常是有限的, 为此研究者们将事件触发控制引入对多智能体系统的研究中. 相比于周期采样控制, 事件触发控制仅在预设的事件触发条件不成立时, 系统才执行控制任务. 因此能有效降低控制器更新频率, 节省网络带宽. 关于多智能体系统的事件触发一致性研究见文献[15-19].

上述文献大多采用触发参数固定的“静态”事件触发控制方案. 本文采用一种自适应事件触发控制策略, 它可以自适应地调整触发参数, 以节省有限的网络资源, 同时保证所需的控制性能, 最终使多智能体系统达到领导跟随一致性.

## 1 问题描述

### 1.1 图论知识

令  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$  表示  $N$  阶有向有权图. 其中:  $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$ ,  $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$  分别表示节点集合和边集合,  $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V} : (j, i) \in \mathcal{E}\}$  表示智能体  $i$  的邻居的集合. 有向图  $\mathcal{G}$  的度矩阵可以表示为  $\mathcal{D} = \text{diag}\{\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, \dots, \mathcal{D}_N\}$ ,  $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$  表示有向图  $\mathcal{G}$  的权重邻接矩阵, 如果  $j \in \mathcal{N}_i$ , 则  $a_{ij} = 1$ , 否则  $a_{ij} = 0$ . 相应图  $\mathcal{G}$  的 Laplacian 矩阵为  $L = \mathcal{D} - \mathcal{A}$ . 如果图中至少存在一个节点到其他节点各节点均有一条有向路径, 则称图中包含有向生成树.

### 1.2 模型描述

考虑带有马尔科夫跳变参数的随机多智能体系统, 包含一个领导者智能体和  $N$  个跟随者智能体, 其动态方程描述为

$$\dot{x}_0(t) = A(r(t))x_0(t) + C(r(t))f(x_0(t), t),$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= A(r(t))x_i(t) + B(r(t))u_i(t) + \\ &C(r(t))f(x_i(t), t). \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $x_0(t) \in \mathbf{R}^n$  表示领导者智能体的状态,  $x_i(t) \in \mathbf{R}^n$ 、 $u_i(t) \in \mathbf{R}^m$  分别表示智能体  $i$  的状态和控制输入;  $f(\cdot) \in \mathbf{R}^n$  表示一个连续可微非线性函数,  $A(r(t))$ 、 $B(r(t))$  和  $C(r(t))$  表示与  $r(t)$  有关的具有合适维度的常数矩阵.

$r(t)$  为属于有限集合  $\mathcal{S} \in \{1, 2, \dots, m\}$  的连续时间马尔科夫过程; 记马尔科夫转移概率矩阵为  $\Pi = \{\pi_{rs}\} (r, s \in \mathcal{S})$ ,  $\pi_{rs}$  表示从模态  $r$  跳变到模态  $s$  的转移概率, 且满足如下条件:

$$P\{r(t + \beta) = s | r(t) = r\} = \begin{cases} \pi_{rs}\beta + o(\beta), & r \neq s; \\ 1 + \pi_{rs}\beta + o(\beta), & r = s. \end{cases}$$

其中:  $\lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{o(\beta)}{\beta} = 0$ ,  $\beta > 0$ . 当  $r \neq s$  时,  $\pi_{rs} \leq 0$ ; 当

$r \in \mathcal{S}$  时,  $\pi_{rr} = -\sum_{s=1, r \neq s}^N \pi_{rs}$ . 定义马尔科夫转移

$$\text{概率矩阵 } \Pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \dots & \pi_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{m1} & \dots & \pi_{mm} \end{bmatrix}.$$

智能体  $i$  的事件触发条件定义如下:

$$\begin{aligned} e_i^T(t_k^i h + l_i h) \Phi_r e_i(t_k^i h + l_i h) &\leq \\ \delta_i(t_k^i h + l_i h) y_i^T(t_k^i h + l_i h) \Phi_r y_i(t_k^i h + l_i h). \end{aligned} \quad (2)$$

其中:  $\Phi_r > 0$  表示待设计的事件触发矩阵,  $t_k^i h$  表示智能体  $i$  第  $k$  个采样传输时刻,  $t_k^i h + l_i h$  表示当前采样时刻.

$$\begin{aligned} e_i(t_k^i h + l_i h) &= x_i(t_k^i h) - x_i(t_k^i h + l_i h), \\ y_i(t_k^i h + l_i h) &= \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} [x_i(t_k^i h) - x_j(t_k^j h)] + \\ &b_i [(x_k^i h) - x_0(t_k^i h + l_i h)], \\ k' &= \arg \min_{p \in \mathcal{N}: t \geq t_p^j} \{t - t_p^j\}, \quad l_i h = qh - t_k^i h. \end{aligned}$$

考虑触发参数  $\delta_i(t)$  是时变的, 且满足如下微分函数:

$$\dot{\delta}_i(t) = d_i(t)\delta_i(t).$$

其中:  $\delta_i(0) \in [0, 1]$  为触发参数初始值, 且有

$$d_i(t) = \begin{cases} 1, & e_i^T(qh)e_i(qh) < \rho; \\ 0, & e_i^T(qh)e_i(qh) = \rho; \\ -1, & e_i^T(qh)e_i(qh) > \rho. \end{cases}$$

这里  $\rho$  表示非负常数. 为了便于理论研究, 假设触发参数  $\delta_i(t)$  在区间  $[\delta_m, \delta_M]$  内有界变化,  $\delta_m$  和  $\delta_M$

表示 $\delta_i(t)$ 的上界和下界.

**注1** 不难看出,最小的事件触发间隔时间至少为一个固定采样周期 $h > 0$ ,从而避免了Zeno现象.

基于之前的讨论,给出如下事件触发一致性控制协议:

$$u_i(t) = -K(r(t)) \left\{ \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} [x_i(t_k^i h) - x_j(t_k^j h)] + b_i [x_i(t_k^i h) - x_o(qh)] \right\}. \quad (3)$$

其中: $t \in [t_k^i h, t_{k+1}^i h] \cap [qh, (q+1)h]$ ;  $q$ 表示一个整数; $K(r(t))$ 表示待设计的控制器增益矩阵; $b_i$ 表示智能体 $i$ 与领导者之间的耦合权重,定义如下,如果领导者能传输信息到智能体 $i$ 中,则 $b_i > 0$ ,否则 $b_0 = 0$ .

对于 $r(t) = r, r \in \mathcal{S}$ ; 令 $e_i(qh) = x_i(t_k^i h) - x_i(qh), z_i(t) = x_i(t) - x_0(t), f(z_i(t), t) = f(x_i(t), t) - f(x_0(t), t)$ . 将式(3)代入(1),并以矩阵形式重写可得

$$\dot{z}(t) = (I_N \otimes A_r)z(t) + (I_N \otimes C_r)F(z, t) - (H \otimes B_r K_r)[z(t - \tau) + e(t - \tau)]. \quad (4)$$

其中: $H = L + \underline{B}, \underline{B} = \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_N\}, L$ 表示Laplacian矩阵; 向量组 $z(t) = [z_1^T(t), z_2^T(t), \dots, z_N^T(t)]^T, e(qh) = [e_1^T(qh), e_2^T(qh), \dots, e_N^T(qh)]^T, F(z(t), t) = [f^T(z_1(t), t), f^T(z_2(t), t), \dots, f^T(z_N(t), t)]^T, t \in [qh, (q+1)h]; \tau = t - qh, \tau$ 是分段连续的,其在 $t \neq qh$ 点的微分为 $\dot{\tau} = 1, 0 \leq \tau < h$ .

为了更好地分析,补充状态 $z(t)$ 的初始条件为 $z(\theta) = \phi(\theta), \theta \in [-h, 0)$ . 其中: $\phi(0) = \text{col}\{z_1(0), z_2(0), \dots, z_N(0)\}$ 且 $\phi(0) \in \mathcal{C}_{n,h}$ ,这里 $\mathcal{C}_{n,h} = \mathcal{C}([-h, 0), \mathbf{R}^n)$ 表示连续函数 $[-h, 0) \rightarrow \mathbf{R}^n$ 的Banach空间且满足 $\|\phi\|_{\mathcal{C}} = \sup_{s \in [-h, 0)} \|\phi(s)\|$ .

以下给出文中要用到的几个假设和引理.

**假设1** 智能体系统拓扑图是以领导者为根节点的有向生成树.

**假设2**  $f(x, t)$ 是关于时间 $t$ 全局Lipschitz连续的,即存在正实数 $\alpha > 0$ 使得所有 $x, y \in \mathbf{R}^n$ 满足

$$\|f(x, t) - f(y, t)\| \leq \alpha \|x - y\|.$$

**引理1**<sup>[19]</sup> 对于具有合适维度的矩阵 $R > 0, X$ 和标量 $\mu$ ,有如下不等式成立:

$$-XR^{-1}X \leq \mu^2 R - 2\mu X.$$

**引理2**<sup>[19]</sup> 对于给定的标量 $\lambda \in (0, 1)$ 以及矩阵 $R > 0$ ,两个矩阵 $M_1, M_2 \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ,对于所有的向量 $\varphi(t) \in \mathbf{R}^m$ 定义函数 $g(\lambda, R)$ 为 $g(\lambda, R) = \frac{1}{\mu} \varphi^T(t) M_1^T R M_1 \varphi(t) + \frac{1}{1 - \mu} \varphi^T(t) M_2^T R M_2 \varphi(t)$ . 如果存在一个矩阵 $S \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 满足 $\begin{bmatrix} R & S \\ S^T & R \end{bmatrix} > 0$ ,则有

$$\min_{\mu \in (0, 1)} g(\lambda, R) \leq \varphi^T(t) \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} R & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \varphi(t).$$

## 2 主要结果

选择如下Lyapunov-Krasovskii泛函:

$$\begin{aligned} V(t, z_t, \dot{z}_t, r(t)) = & z^T(t) P_r z(t) + \int_{t-h}^t z^T(s) Q z(s) ds + \\ & h \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{z}^T(s) R \dot{z}(s) ds + \\ & h^2 \int_{t-\tau}^t \dot{z}^T(s) W \dot{z}(s) ds - \frac{\pi^2}{4} \int_{t-\tau}^t [z(s) - \\ & z(t - \tau)]^T W [z(s) - z(t - \tau)] ds. \end{aligned} \quad (5)$$

且有 $P_r > 0, Q > 0, R > 0, W > 0$ . 此外,令 $\eta(t) =$

$$[z^T(t), z^T(t - \tau), z^T(t - h), e^T(t - \tau), F^T(z(t), t)]^T.$$

### 2.1 一致性分析

**定理1** 基于假设1及一致性控制协议(3),对于给定 $h > 0, \alpha > 0, \Lambda = \text{diag}\{\delta_{1M}, \delta_{2M}, \dots, \delta_{NM}\}$ ,如果存在正定对称矩阵 $P_r > 0, \Phi_r > 0, r \in \mathcal{S}, Q > 0, R > 0, W > 0$ 及适当维数的矩阵 $S$ ,满足以下线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \Xi_1 & * \\ \Xi_2 & -(R + W)^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} R & S \\ S^T & R \end{bmatrix} > 0. \quad (7)$$

其中:

$$\Xi_1 = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & * & * & * & * \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & * & * & * \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} & * & * \\ \Gamma_{41} & \Gamma_{42} & 0 & \Gamma_{44} & * \\ \Gamma_{51} & 0 & 0 & 0 & \Gamma_{55} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{11} = & (I_N \otimes A_r)^T P_r + P_r (I_N \otimes A_r) + Q - R + \\ & \alpha^2 I_{Nn} + \sum_{s=1}^m \pi_{rs} P_s - \frac{\pi^2}{4} W, \end{aligned}$$

$$\Gamma_{21} = -(H \otimes B_r K_r)^T P_r + R - S + \frac{\pi^2}{4} W,$$

$$\Gamma_{22} = (H^T \Lambda H \otimes \Phi_r) - 2R + S^T + S - \frac{\pi^2}{4} W,$$

$$\Gamma_{31} = S, \Gamma_{32} = R - S, \Gamma_{33} = -Q - R,$$

$$\Gamma_{41} = -(H \otimes B_r K_r)^T P_r, \Gamma_{42} = (H^T \Lambda H \otimes \Phi_r),$$

$$\Gamma_{44} = (H^T \Lambda H \otimes \Phi_r) - (I_N \otimes \Phi_r),$$

$$\Gamma_{51} = (I_N \otimes C_r)^T P_r, \Gamma_{55} = -I_{Nn},$$

$$\begin{aligned} \Xi_2 = & [h(I_N \otimes A_r) \quad -h(H \otimes B_r K_r) \quad 0 \rightarrow \\ & \leftarrow -h(H \otimes B_r K_r) \quad h(I_N \otimes C_r)]. \end{aligned}$$

则系统(4)是指数均方稳定的.

**证明** 定义 Lyapunov-Krasovskii 函数的弱无穷小算子  $\mathfrak{L}$  为

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}V(t, z_t, \dot{z}_t, r(t)) = & \\ \lim_{\Delta \rightarrow 0^+} \frac{1}{\Delta} \{ & \mathbf{E}\{V(t + \Delta, z_{t+\Delta}, \dot{z}_{t+\Delta}, \\ & r(t + \Delta)) | z_t, r(t)\} - V(t, z_t, \dot{z}_t, r(t))\}. \end{aligned}$$

由式(5)可得

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}V(t, z_t, \dot{z}_t, r(t)) = & \\ \dot{z}^T(t)P_r z(t) + z^T(t)P_r \dot{z}(t) + & \\ z^T(t) \sum_{s=1}^m \pi_{rs} P_s z(t) + z^T(t)Qz(t) - & \\ z^T(t-h)Qz(t-h) + h^2 \dot{z}^T(t)R\dot{z}(t) - & \\ h \int_{t-h}^t \dot{z}^T(s)R\dot{z}(s)ds + h^2 \dot{z}^T(t)W\dot{z}(t) - & \\ \frac{\pi^2}{4} [z(t) - z(t-\tau)]^T W [z(t) - z(t-\tau)]. \end{aligned} \quad (8)$$

使用 Jensen 不等式并根据引理 2 可得

$$\begin{aligned} - \int_{t-h}^t \dot{z}^T(s)R\dot{z}(s)ds \leq & \\ - \eta^T(t) \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{23} \\ \mathbf{I}_{12} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} R & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{23} \\ \mathbf{I}_{12} \end{bmatrix} \eta(t). \end{aligned} \quad (9)$$

其中:  $\mathbf{I}_1 = [I, 0, 0, 0, 0]$ ,  $\mathbf{I}_2 = [0, I, 0, 0, 0]$ ,  $\mathbf{I}_3 = [0, 0, I, 0, 0]$ ,  $\mathbf{I}_{12} = \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2$ ,  $\mathbf{I}_{23} = \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_3$ .

由式(2)可得

$$\begin{aligned} e^T(t-\tau)(I_N \otimes \Phi_r)e(t-\tau) \leq & \\ [z(t-\tau) + e(t-\tau)]^T (H^T \Lambda H \otimes \Phi_r) [z(t-\tau) + & \\ e(t-\tau)]. \end{aligned} \quad (10)$$

根据假设 2 可得以下不等式成立:

$$F^T(z(t), t)F(z(t), t) \leq \alpha^2 z^T(t)z(t). \quad (11)$$

联合式(4)和式(8)~(11)可得

$$\mathfrak{L}V(t, z_t, \dot{z}_t, r(t)) \leq \eta^T(t) [\Xi_1 + \Xi_2^T(R+W)\Xi_2] \eta(t). \quad (12)$$

对式(12)两边求数学期望, 在区间  $t \in [qh, (q+1)h)$  上可得

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{\mathfrak{L}V(t, z_t, \dot{z}_t, r(t))\} \leq & \\ \mathbf{E}\{\eta^T(t) [\Xi_1 + \Xi_2^T(R+W)\Xi_2] \eta(t)\}. \end{aligned}$$

显然, 如果  $\Xi_1 + \Xi_2^T(R+W)\Xi_2 < 0$ , 则存在足够小的常数  $c_1 > 0$ , 使得

$$\mathbf{E}\{\mathfrak{L}V(t, z_t, \dot{z}_t, r(t))\} \leq -c_1 \mathbf{E}\{\|z(t)\|^2\}.$$

即系统是均方稳定的. 使用类似文献[5-6]中的方法可得系统(5)是指数均方稳定的, 然后使用 Schur 补引

理可得 inequality (6) 和 (7).  $\square$

### 2.2 控制器设计

基于定理 1, 可以给出多智能体系统达到领导跟随一致性的控制器设计方法. 主要结果如下:

**定理 2** 对于给定  $h > 0, \alpha > 0, \mu > 0, \Lambda = \text{diag}\{\delta_{1M}, \delta_{2M}, \dots, \delta_{NM}\}$ , 如果假设 1 成立且存在正定对称矩阵  $\tilde{P}_r > 0, \tilde{\Phi}_r > 0, r \in \mathcal{S}, \tilde{Q} > 0, \tilde{R} > 0, \tilde{W} > 0$  及适当维度的矩阵  $\tilde{S}$ , 满足以下线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Xi}_1 & * & * & * \\ \tilde{\Xi}_2 & \mu^2(\tilde{R} + \tilde{W}) - 2\mu\tilde{P}_r & * & * \\ \tilde{\Xi}_3 & 0 & -I_{Nn} & * \\ \tilde{\Xi}_4 & 0 & 0 & \tilde{\Xi}_5 \end{bmatrix} < 0, \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{R} & \tilde{S} \\ \tilde{S}^T & \tilde{R} \end{bmatrix} > 0. \quad (14)$$

其中

$$\tilde{\Xi}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{\Gamma}_{11} & * & * & * & * \\ \tilde{\Gamma}_{21} & \tilde{\Gamma}_{22} & * & * & * \\ \tilde{\Gamma}_{31} & \tilde{\Gamma}_{32} & \tilde{\Gamma}_{33} & * & * \\ \tilde{\Gamma}_{41} & \tilde{\Gamma}_{42} & 0 & \tilde{\Gamma}_{44} & * \\ \tilde{\Gamma}_{51} & 0 & 0 & 0 & \tilde{\Gamma}_{55} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{11} = & \tilde{P}_r(I_N \otimes A_r)^T + (I_N \otimes A_r)\tilde{P}_r + \\ & \tilde{Q} - \tilde{R} + \pi_{rr}\tilde{P}_r - \frac{\pi^2}{4}\tilde{W}, \end{aligned}$$

$$\tilde{\Gamma}_{21} = -(H \otimes B_r \tilde{K}_r)^T + \tilde{R} - \tilde{S} + \frac{\pi^2}{4}\tilde{W},$$

$$\tilde{\Gamma}_{22} = (H^T \Lambda H \otimes \tilde{\Phi}_r) - 2\tilde{R} + \tilde{S}^T + \tilde{S} - \frac{\pi^2}{4}\tilde{W},$$

$$\tilde{\Gamma}_{31} = \tilde{S}, \tilde{\Gamma}_{32} = \tilde{R} - \tilde{S}, \tilde{\Gamma}_{33} = -\tilde{Q} - \tilde{R},$$

$$\tilde{\Gamma}_{41} = -(H \otimes B_r \tilde{K}_r)^T, \tilde{\Gamma}_{42} = (H^T \Lambda H \otimes \tilde{\Phi}_r),$$

$$\tilde{\Gamma}_{44} = (H^T \Lambda H \otimes \tilde{\Phi}_r) - (I_N \otimes \tilde{\Phi}_r),$$

$$\tilde{\Gamma}_{51} = (I_N \otimes C_r)^T, \tilde{\Gamma}_{55} = -I_{Nn},$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Xi}_2 = & [h(I_N \otimes A_r \tilde{P}_r), -h(H \otimes B_r \tilde{K}_r), 0, \\ & -h(H \otimes B_r \tilde{K}_r), h(I_N \otimes C_r)], \end{aligned}$$

$$\tilde{\Xi}_3 = \alpha(I_N \otimes \tilde{P}_r),$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Xi}_4 = & [\sqrt{\pi_{r1}}(I_N \otimes \tilde{P}_r), \sqrt{\pi_{r2}}(I_N \otimes \tilde{P}_r), \dots, \\ & \sqrt{\pi_{rr-1}}(I_N \otimes \tilde{P}_r), \sqrt{\pi_{rr+1}}(I_N \otimes \tilde{P}_r), \dots, \\ & \sqrt{\pi_{rm}}(I_N \otimes \tilde{P}_r)]^T, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Xi}_5 = & \text{diag}\{I_N \otimes \tilde{P}_1, I_N \otimes \tilde{P}_2, \dots, I_N \otimes \tilde{P}_{r-1}, \\ & I_N \otimes \tilde{P}_{r+1}, \dots, I_N \otimes \tilde{P}_m\}. \end{aligned}$$

则多智能体系统(1)能达到领导跟随指数均方一致性, 且一致性控制器增益为  $K_r = \tilde{K}_r \tilde{P}_r^{-1}$ .

**证明** 令

$$\tilde{P}_r = P_r^{-1}, \tilde{K}_r = K P_r^{-1}, \tilde{Q} = P_r^{-1} Q P_r^{-1},$$

$$\begin{aligned} \tilde{R} &= P_r^{-1} R P_r^{-1}, \tilde{W} = P_r^{-1} W P_r^{-1}, \\ \tilde{\Phi}_r &= P_r^{-1} \Phi_r P_r^{-1}, \tilde{S} = P_r^{-1} S P_r^{-1}. \end{aligned}$$

同时根据引理1可得

$$-(R + W)^{-1} \leq \mu^2(\tilde{R} + \tilde{W}) - 2\mu\tilde{P}_r,$$

对不等式(6)和(7)两端分别乘以对角矩阵  $\text{diag}\{P_r^{-1}, P_r^{-1}, P_r^{-1}, P_r^{-1}, I_{N_n}, I_{N_n}\}$  和  $\text{diag}\{P_r^{-1}, P_r^{-1}\}$ , 然后利用Schur补引理可得(13)和(14). □

### 3 数值仿真

考虑包含一个领导者和5个跟随者的马尔科夫跳变多智能体系统,其常数矩阵  $A_r, B_r$  和  $C_r, r = 1, 2, 3$  及马尔科夫转移概率矩阵  $\Pi$  如下:

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -1.5 & -1.9 \\ -1.1 & -2.8 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1.7 \\ 0.2 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 9.5 & 4.2 \\ 0 & 3.8 \end{bmatrix}, \\ A_2 &= \begin{bmatrix} -1.9 & -2.1 \\ -1.5 & -2.1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 1.2 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 9.8 & 4.9 \\ 0.7 & 3.9 \end{bmatrix}, \\ A_3 &= \begin{bmatrix} -1.4 & -1.9 \\ -1.1 & -2 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.8 \end{bmatrix}, C_3 = \begin{bmatrix} 8.9 & 5 \\ 0.2 & 4 \end{bmatrix}, \\ \Pi &= \begin{bmatrix} -[0.6, 0.8] & ? & ? \\ ? & ? & [0.3, 0.5] \\ 0.3 & 0.2 & -0.5 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

其中:  $\pi_{11}$  和  $\pi_{23}$  为矩阵中给定区间内不确定元素,“?”为未知元素.

非线性函数假设为  $f(x_i(t), t) = 0.01 \sin(x_i(t))$ ,  $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ . 智能体间通信拓扑图如图1所示.

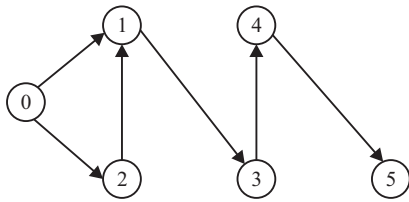


图1 通信拓扑图

由拓扑图容易得到  $B = \text{diag}\{1, 1, 0, 0, 0\}$  和相

$$\text{应的Laplacian矩阵 } L = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

设定采样周期  $h = 0.06 \text{ s}$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $\mu = 4$ ,  $\rho = 0.0004$ , 触发参数上界为  $\delta_{iM} = 0.3, i = 1, 2, 3, 4, 5$ . 通过解定理2中的线性矩阵不等式可得一致性控制器增益矩阵

$$\begin{aligned} K_1 &= [-0.0023, 0.0017], K_2 = [0.0009, -0.0010], \\ K_3 &= [0.0027, -0.0028], \end{aligned}$$

触发参数矩阵

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \begin{bmatrix} 6.4870 & 5.7167 \\ 5.7167 & 7.4333 \end{bmatrix}, \Phi_2 = \begin{bmatrix} 6.9249 & 6.6313 \\ 6.6313 & 6.2826 \end{bmatrix}, \\ \Phi_3 &= \begin{bmatrix} 1.9584 & 0.0993 \\ 0.0993 & 1.9562 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

假设各智能体初始状态分别为

$$\begin{aligned} x_0(0) &= [1, -2]^T, x_1(0) = [9, 2]^T, \\ x_2(0) &= [-5, 2.5]^T, x_3(0) = [-4, -7]^T, \\ x_4(0) &= [-6, 5]^T, x_5(0) = [-3, 2.2]^T. \end{aligned}$$

情况1 自适应触发参数初值、上下界分别为  $\delta_i(0) = 0.1, \delta_{im} = 0.001, \delta_{iM} = 0.3, i = 1, 2, 3, 4, 5$ . 其余参数为设定值. 仿真结果如图2所示.

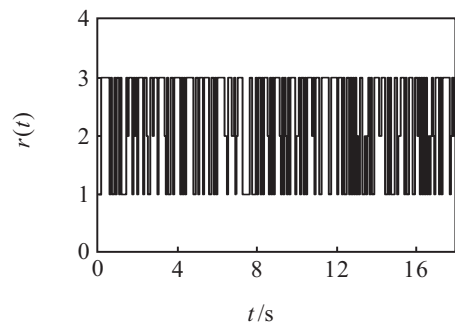


图2 马尔科夫状态图

图2为具有3种模态的一种可能的马尔科夫跳变状态图;图3为智能体  $i(i = 1, 3)$  触发参数变化过程;图4为领导者与跟随者智能体间跟踪误差,可知误差趋于0,故多智能体系统达到领导跟随一致性.

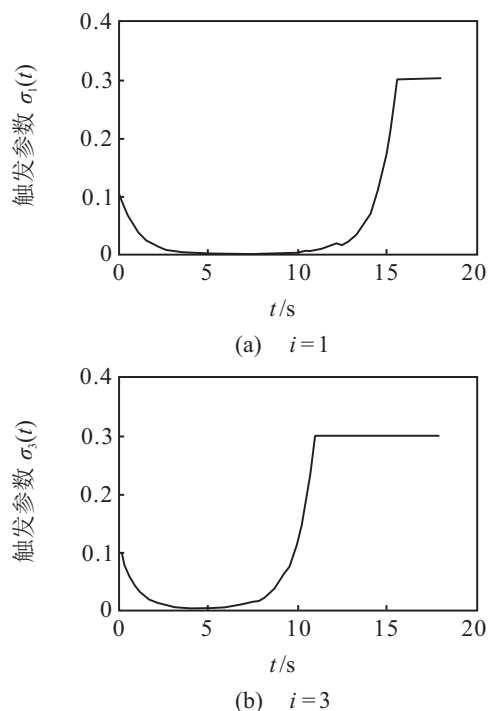
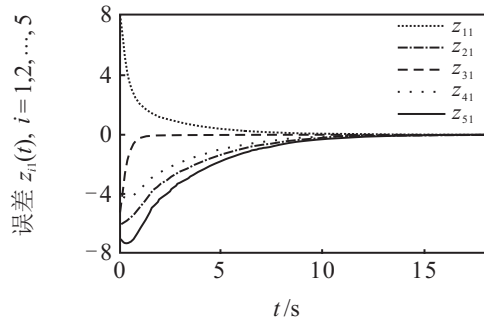
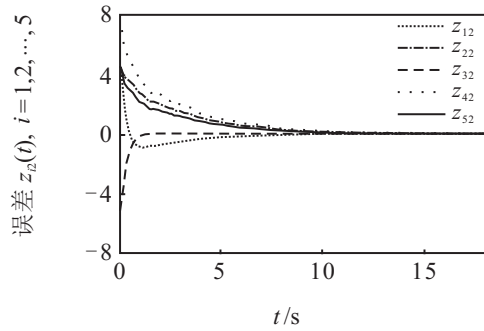


图3 自适应触发参数  $\delta(t)$  变化过程



(a) 跟踪误差 $z_{i1}$ 的状态



(b) 跟踪误差 $z_{i2}$ 的状态

图4 跟踪误差 $z$ 的状态

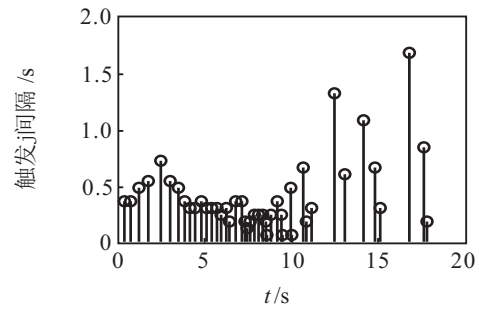
**情况2** 取固定触发参数分别为 $\delta = 0.001$ ,  $\delta = 0.1$ ,  $\delta = 0.3$ ,其余参数不变. 在与情况1相同的马尔科夫跳变状态下进行仿真.

图5(a)为智能体1在自适应事件触发参数时的事件触发时刻及触发间隔时间(所有智能体触发总数为330次);图5(b)~图5(d)为智能体1在不同固定触发参数时的事件触发时刻及触发间隔时间(所有智能体触发总数分别为899次、185次、114次).

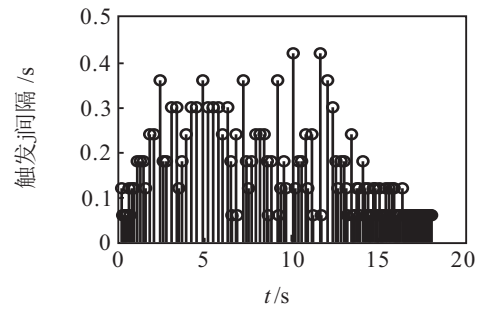
由图5(b)~图5(d)可知:触发参数越大,触发次数越少,控制器更新次数越少,数据传输量越少;触发参数越小则相反. 由图3可知:自适应事件触发参数在误差较大时,触发参数迅速减小,但不低于设定的最小值,保证传输数据的准确性;当误差逐渐减小时,触发参数增大,但不超过设定的最大值,降低控制器更新频率,节约网络资源. 仿真结果表明,所设计的控制器不仅能有效节省网络资源,还能较好地保证系统的性能.

#### 4 结论

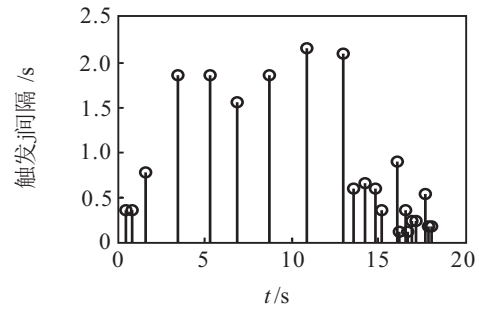
本文研究了基于自适应事件触发控制策略的具有部分未知转移概率的马尔科夫跳变多智能体系统领导跟随一致性. 通过模型转换,将多智能体系统的一致性问题转化为误差系统的稳定性问题. 利用Lyapunov-Krosovskii泛函和弱无穷小算子等技术,得到了使系统达到指数均方稳定的充分条件. 在此基础上,设计了相应的一致性控制器,使得多智能体系



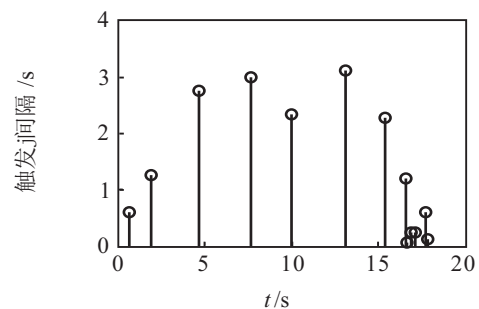
(a)  $i=1, \delta$ 自适应



(b)  $i=1, \delta=0.001$



(c)  $i=1, \delta=0.1$



(d)  $i=1, \delta=0.3$

图5 事件触发时刻及间隔时间

统最终达到领导跟随一致性. 最后,通过数值仿真验证了理论分析的正确性.

#### 参考文献(References)

- [1] Olfati-Saber R, Jalalkamali P. Coupled distributed estimation and control for mobile sensor networks[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(10): 2609-2614.
- [2] Madhja A, Nikolettseas S, Raptis T P. Distributed wireless power transfer in sensor networks with multiple mobile chargers[J]. Computer Networks, 2015, 80: 89-108.
- [3] Ge X, Han Q L, Zhang X M. Achieving cluster formation of multi-agent systems under aperiodic sampling

- and communication delays[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(4): 3417-3426.
- [4] Liu L, Shan J. Distributed formation control of networked euler-lagrange systems with fault diagnosis[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(3): 952-973.
- [5] Ding L, Guo G. Sampled-data leader-following consensus for nonlinear multi-agent systems with markovian switching topologies and communication delay[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(1): 369-383.
- [6] Dai J, Guo G. Exponential consensus of non-Linear multi-agent systems with semi-markov switching topologies[J]. IET Control Theory & Applications, 2018, 11(18): 3363-3371.
- [7] Li H, Shi P, Yao D, et al. Observer-based adaptive sliding mode control for nonlinear markovian jump systems[J]. Automatica, 2016, 64(C): 133-142.
- [8] Li H, Shi P, Yao D. Adaptive sliding-mode control of markov jump nonlinear systems with actuator faults[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(4): 1933-1939.
- [9] Sakthivel R, Sakthivel R, Kaviarasan B, et al. Leader-following exponential consensus of input saturated stochastic multi-agent systems with markov jump parameters[J]. Neurocomputing, 2018, 287: 84-92.
- [10] Wang B C, Zhang J F. Distributed output feedback control of markov jump multi-agent systems[J]. Automatica, 2013, 49(5): 1397-1402.
- [11] Park M J, Kwon O M, Park J H, et al. Randomly changing leader-following consensus control for markovian switching multi-agent systems with interval time-varying delays[J]. Nonlinear Analysis Hybrid Systems, 2014, 12(3): 117-131.
- [12] Hu A, Cao J, Hu M, et al. Event-triggered consensus of markovian jumping multi-agent systems via stochastic sampling[J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(13): 1964-1972.
- [13] Zhang L, Boukas E K. Stability and stabilization of markovian jump linear systems with partly unknown transition probabilities[J]. Automatica, 2009, 45(2): 463-468.
- [14] Li H, Zuo Z, Wang Y. Event triggered control for markovian jump systems with partially unknown transition probabilities and actuator saturation[J]. Journal of the Franklin Institute, 2016, 353(8): 1848-1861.
- [15] Seyboth G S, Dimarogonas D V, Johansson K H. Event-based broadcasting for multi-agent average consensus[J]. Automatica, 2013, 49(1): 145-152.
- [16] Guo G, Ding L, Han Q L. A distributed event-triggered transmission strategy for sampled-data consensus of multi-agent systems[J]. Automatica, 2014, 50(5): 1489-1496.
- [17] Yin X, Yue D, Hu S. Adaptive periodic event-triggered consensus for multi-agent systems subject to input saturation[J]. International Journal of Control, 2015, 89(4): 1-21.
- [18] 刘丹, 胡爱花, 邵浩宇. 自适应事件触发控制的多智能体系统一致性[J]. 计算机工程与应用, 2017, 53(1): 44-48.  
(Liu D, Hu A H, Shao H Y. Adaptive event-triggered control for consensus of multi-agent systems[J]. Computer Engineering and Applications, 2017, 53(1): 44-48.)
- [19] Dai J, Guo G. Event-triggered leader-following consensus for multi-agent systems with semi-markov switching topologies[J]. Information Sciences, 2018, 459: 290-301.

### 作者简介

熊卫华(1979—),女,副教授,博士,从事信号处理、故障诊断等研究, E-mail: vihoo\_2001@163.com;

董瑞华(1995—),男,硕士生,从事多智能体系统协调控制的研究, E-mail: 463837688@qq.com;

吴之昊(1995—),男,硕士生,从事图像处理与模式识别的研究, E-mail: wuzhihao\_zstu@163.com;

顾敏明(1982—),男,讲师,博士,从事嵌入式、信号处理等研究, E-mail: guminming@163.com.

(责任编辑: 闫妍)