

# 低碳环境下双渠道供应链线上线广告策略的微分博弈分析

陈山<sup>1</sup>, 王旭<sup>1†</sup>, 吴映波<sup>2</sup>, 周福礼<sup>3</sup>, 李龙晓<sup>1</sup>

(1. 重庆大学机械工程学院, 重庆 400030; 2. 重庆大学大数据与软件学院, 重庆 400030;  
3. 郑州轻工业大学经济与管理学院, 郑州, 450000)

**摘要:** 以一个由绿色制造商与零售商组成的双渠道供应链为研究对象, 基于微分博弈分别比较分析集中式决策、采用竞争型广告策略的分散式决策与采用支持型广告策略的分散式决策模型下, 双渠道供应链的最优均衡决策与最优利润. 研究发现: 集中式决策下的最优低碳水平、最优线上与线下广告水平均高于分散式决策, 而产品最优销售价格可能高于、等于或低于分散式决策; 分散式决策下, 采用支持型广告策略的双渠道供应链的产品最优低碳水平、最优销售价格和最优线上广告投入水平与采用竞争型广告策略的双渠道供应链均衡策略一致; 一定条件下, 支持型广告策略使得分散式双渠道供应链得到 Pareto 改进, 此时的最优线下广告投入水平优于竞争型广告策略下的最优线下广告投入水平.

**关键词:** 双渠道供应链; 低碳; 微分博弈; 广告策略

中图分类号: TP272

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2018.1721

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 陈山, 王旭, 吴映波, 等. 低碳环境下双渠道供应链线上线广告策略的微分博弈分析 [J]. 控制与决策, 2020, 35(11): 2707-2714.

## Differential game analysis of online and offline advertising strategies in a dual channel supply chain under low-carbon background

CHEN Shan<sup>1</sup>, WANG Xu<sup>1†</sup>, WU Ying-bo<sup>2</sup>, ZHOU Fu-li<sup>3</sup>, LI Long-xiao<sup>1</sup>

(1. College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China; 2. School of Big Data Software Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China; 3. School of Economics and Management, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450000, China)

**Abstract:** Considering a dual channel supply chain based on differential game involving a green manufacturer and a retailer, the paper studies the optimal equilibrium strategies and profits in centralized supply chains, and decentralized supply chains with the competitive advertising strategy and the supportive advertising strategy respectively. The analytic results show that the optimal low-carbon level, optimal online and offline advertising level in the centralized model are higher than that in the decentralized model, while the optimal sale price maybe higher, equal or lower than the that in the decentralized model. In the decentralized model, the optimal low-carbon level, optimal sale price and optimal online advertising level of the dual-channel supply chain with the supportive advertising strategy are consistent in the optimal strategies of the dual-channel supply chain with the competitive advertising strategy. It also suggested that the supportive advertising strategy enables the dual channel supply chain to achieve Pareto improvement, while the optimal offline advertising level under the supportive advertising strategy is greater than that under the competitive advertising strategy on the mean time.

**Keywords:** dual channel supply chain; low-carbon; differential game; advertising strategy

## 0 引言

近年来,随着人们对全球气候变暖、能源危机、空气污染等频发环境问题的关切日益增加,清洁生产和可持续供应链管理已成为政府、科研机构与工

业界的广泛共识. 低碳消费是促使实体经济低碳转型的重要因素,研究表明,越来越多的消费者倾向于低碳消费,愿意为购买更加低碳的产品而支付更多的价格<sup>[1]</sup>. 实际上,在低碳市场下,为了获得更强的品牌

收稿日期: 2018-12-18; 修回日期: 2019-03-19.

基金项目: 国家科技支撑计划项目 (2015BAF05B03); 重庆市技术创新与应用示范专项项目 (cstc2018jszx-cydzX0143).

责任编辑: 李勇建.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: wx921@163.com.

竞争力和更多的市场份额,制造企业竞相研发低碳产品,如格力、美的等家电企业研发无氟变频空调,特斯拉、长安等制造企业研发新能源汽车.另一方面,制造企业建立的线上线下双渠道供应链可以有效降低销售环节中的碳排放<sup>[2]</sup>,如格力等家电企业建有线下专卖、线上零售的混合销售渠道,并积极在线下与线上渠道投放广告,宣传低碳产品低排放、高效率、智能化等特点.在此背景下,研究低碳环境下双渠道供应链的营运机制具有重要的学术和应用价值.

双渠道供应链是国内外可持续供应链管理研究的热点问题.在渠道策略方面,Li等<sup>[3]</sup>研究发现,绿色生产成本、消费者对销售渠道的忠诚度和消费者的环保意识会影响绿色产品的销售渠道结构;Ji等<sup>[4]</sup>比较研究了不同渠道结构下制造商与零售商的联合减排策略.在生产与定价方面,Chen等<sup>[5]</sup>研究了线上与线下渠道环境可持续性对制造商与零售商运营决策的影响;Rahmani等<sup>[6]</sup>研究了需求扰断下绿色双渠道供应链的生产与定价问题.在广告、服务策略方面,He等<sup>[7]</sup>研究了零售商公平关切对双渠道供应链合作广告决策的影响;Yan等<sup>[8]</sup>研究发现支持型服务策略使得双渠道供应链得到Pareto改进.

上述研究都是基于静态模型研究双渠道供应链的最优均衡决策,但由于低碳减排、广告投入、消费者感知和市场需求都是动态变化的,在动态的框架下展开研究更加贴近实际<sup>[9]</sup>.Ye等<sup>[10]</sup>建立产品低碳水平与低碳商誉变化的微分方程,研究了双寡头供应链的动态联合减排问题.Wu<sup>[11]</sup>构建了消费者对产品创新性的动态感知模型,并研究了专利授权问题.Zhang等<sup>[12]</sup>研究了制造商提供全国性广告和零售商提供地方性广告时双渠道供应链的合作广告策略.Xiao等<sup>[13]</sup>研究了双渠道供应链中产品差异化对线上线下广告融合策略的影响.部分学者研究了低碳环境下双渠道供应链的广告策略.Zhou等<sup>[14]</sup>基于差分博弈研究了双渠道供应链中制造商减排努力与零售商广告努力策略,并比较研究了合作广告契约、合作广告和减排成本共享契约下双渠道供应链的均衡策略.Zhou等<sup>[15]</sup>研究了在由两个制造商与一个共同零售商组成的双渠道供应链系统中,制造商竞争与合作下的广告策略和联合减排策略.

综上所述,国内外学者对低碳背景下双渠道供应链的运营机制进行了广泛而深入的研究,并在动态环境下研究了零售商的线下广告策略,但少有研究考虑低碳供应链中制造商与零售商的线上线下广告合作策略.特别地,极少有文献研究动态环境下竞争型与

支持型广告策略对低碳双渠道供应链均衡策略的影响.鉴于此,本文从动态的角度综合考虑消费者低碳感知、广告效应和商誉等因素,研究竞争型与支持型广告策略下低碳双渠道供应链的均衡策略,为低碳环境下双渠道供应链管理提供理论依据和科学参考.

## 1 问题描述与基本假设

本文假设低碳环境下的双渠道供应链由一个制造商和一个零售商组成.制造商生产一种低碳产品,同时通过线下零售商渠道与线上渠道向消费者销售.鉴于广告投入对产品销售的正向效应,零售商与制造商分别在线上和线上渠道投放广告.考虑竞争型广告策略和支持型广告策略两种广告投入策略:竞争型广告策略下,制造商与零售商独自承担线上和线下广告投入成本,此时双渠道供应链不仅存在纵向竞争和横向渠道竞争,还存在广告竞争;支持型广告策略下,制造商为减弱“双重边际效应”,主动承担零售商的全部线下广告投入成本,此时双渠道供应链仅存在纵向竞争与横向渠道竞争.

**假设1** 假设 $t$ 时刻制造商生产低碳水平为 $\theta(t)$ 的低碳产品,制造商与零售商的线上和线下广告投入水平分别为 $A_d(t)$ 和 $A_r(t)$ .假设制造商的低碳投入成本 $C_g(t)$ 、制造商的线上广告投入成本 $C_{ad}(t)$ 和零售商的线下广告投入成本 $C_{ar}(t)$ 分别为低碳水平与广告投入水平的凸函数<sup>[16]</sup>,有

$$C_g(t) = \frac{K_g}{2}\theta(t)^2, C_{ad}(t) = \frac{K_{ad}}{2}A_d(t)^2, \\ C_{ar}(t) = \frac{K_{ar}}{2}A_r(t)^2.$$

其中: $K_g > 0$ 、 $K_{ad} > 0$ 和 $K_{ar} > 0$ 分别为低碳水平、线上广告投入水平和线下广告投入水平的成本系数.

**假设2** 低碳创新使得新的低碳产品不断地涌入市场,消费者对产品的低碳感知会随时间的推移而下降<sup>[11]</sup>,则消费者对低碳产品低碳感知变化过程的微分方程为

$$\dot{\Theta}(t) = \varepsilon\theta(t) - \delta\Theta(t). \quad (1)$$

其中: $\Theta(t)$ 为 $t$ 时刻消费者低碳感知水平,初始低碳感知水平为 $\Theta(0) = \Theta_0$ ; $\varepsilon$ 为产品低碳水平对消费者低碳感知的影响系数; $\delta$ 为消费者低碳感知的自然衰减率.

**假设3** 制造商的低碳努力结合线上线下广告投放会提升产品的品牌形象,因此线上广告投入、线下广告投入以及消费者的低碳感知会影响低碳产品的商誉<sup>[17]</sup>.假设产品的低碳商誉变化过程<sup>[18]</sup>为

$$\dot{G}(t) = \alpha A_r(t) + \beta A_d(t) + \gamma\Theta(t) - \tau G(t). \quad (2)$$

其中: $\alpha > 0$ 、 $\beta > 0$ 和 $\gamma > 0$ 分别为线下广告投入、线

上广告投入和消费者低碳感知对产品的低碳商誉的影响系数,  $\tau > 0$  为商誉的自然衰减率.

**假设 4** 产品销量受到价格和非价格两方面因素的影响, 具体可以构建为两种因素分离相乘的形式<sup>[19]</sup>. 综合考虑价格与低碳商誉对产品需求的影响, 将线上渠道和线下渠道的需求函数分别表示为

$$D_r(t) = \eta G(t)[\mu a - b_r p_r(t) + k_r p_d(t)], \quad (3)$$

$$D_d(t) = \eta G(t)[(1 - \mu)a - b_d p_d(t) + k_d p_r(t)]. \quad (4)$$

其中:  $\eta > 0$  为产品低碳商誉对产品销量的影响系数,  $a > 0$  为产品的潜在市场需求量,  $0 < \mu < 1$  为消费者对线下渠道的忠诚度,  $b_r > 0$  和  $b_d > 0$  分别为零售价格和线上销售价格对零售渠道和线上渠道销量的影响系数,  $b_r > k_r > 0$ ,  $b_d > k_d > 0$  为销售渠道间销售价格的交叉影响因素. 将式(3)改写为

$$D_r(t) = \eta G(t)\{\mu a - b'_r p_r(t) + k_r[p_r(t) - p_d(t)]\}, \quad (5)$$

$$D_d(t) = \eta G(t)\{(1 - \mu)a - b'_d p_r(t) + k_d[p_r(t) - p_d(t)]\}. \quad (6)$$

其中:  $b'_r = b_r - k_r$ ,  $b'_d = b_d - k_d$ . 令  $b'_r + b'_d = b$ , 则  $k = b'_r/b$  和  $(1 - k) = b'_d/b$  分别为零售渠道和线上渠道的价格相对影响系数, 且  $0 < k < 1$ . 进一步地, 研究表明线上线下一致价格策略能有效减弱渠道冲突, 为此假设  $p_r = p_d = p$ , 则需求函数可以改写为

$$D_r(t) = \eta G(t)[\mu a - bkp(t)], \quad (7)$$

$$D_d(t) = \eta G(t)[(1 - \mu)a - (1 - k)bp(t)]. \quad (8)$$

由  $D_r(t) \geq 0$  和  $D_d(t) \geq 0$  可知  $p(t) \in [0, a/b]$ .

**假设 5**  $t$  时刻低碳产品的批发价格  $0 < w < p(t)$  为外生变量.

**假设 6** 在无限时间范围内, 制造商和零售商在任意时刻均具有相同的贴现因子  $\rho > 0$ <sup>[20]</sup>. 制造商的产品低碳水平  $\theta(t)$ 、线上广告投放水平  $A_d(t)$ 、零售商的销售价格  $p(t)$ 、线下广告投放水平  $A_r(t)$  为决策变量, 消费者低碳感知水平  $\Theta(t)$  和商誉  $G(t)$  为状态变量. 因此, 零售商、制造商和双渠道供应链系统的长期利润分别为

$$J_R = \int_0^\infty e^{-\rho t} \{[p(t) - w]D_r(t) - C_{ar}(t)\} dt, \quad (9)$$

$$J_M = \int_0^\infty e^{-\rho t} [wD_r(t) + p(t)D_d(t) - C_g(t) - C_{ad}(t)] dt, \quad (10)$$

$$J_S = J_M + J_R. \quad (11)$$

## 2 模型求解与分析

### 2.1 集中式供应链

集中式供应链系统中, 制造商与零售商以最大化供应链系统总利润为目标进行合作博弈, 制定最优销

售价格、最优低碳水平和最优线上线下广告投入水平. 此时, 供应链系统的决策目标函数为

$$\max_{p^C, \theta^C, A_r^C, A_d^C} J_S^C = \quad (12)$$

$$\int_0^\infty e^{-\rho t} [p^C(D_r^C + D_d^C) - C_g - C_{ad} - C_{ar}] dt;$$

$$\text{s.t. } p^C > w, D_r^C > 0, D_d^C > 0. \quad (13)$$

**命题 1** 集中式供应链系统博弈均衡策略如下:

1) 最优销售价格、最优低碳水平、最优线上广告投入水平和最优线下广告投入水平分别为

$$p^C = \frac{a}{2b}, \theta^C = \frac{\varepsilon \gamma k a^2 L_2}{K_g},$$

$$A_d^C = \frac{\beta k a^2 L_1}{K_{ad}}, A_r^C = \frac{\alpha k a^2 L_1}{K_{ar}},$$

其中

$$L_1 = \frac{\eta}{4bk(\rho + \tau)} > 0, L_2 = \frac{\eta}{4bk(\rho + \delta)(\rho + \tau)} > 0;$$

2) 消费者低碳感知最优轨迹为

$$\Theta^C(t) = \Theta_0 + (\Theta_0 - \Theta_\infty^C)e^{-\delta t},$$

其中  $\Theta_\infty^C = \frac{k\gamma\varepsilon^2 a^2 L_2}{\delta K_g}$  为消费者低碳感知的稳定值;

3) 产品低碳商誉最优轨迹为

$$G^C(t) = G_\infty^C + \frac{\gamma(\Theta_0 - \Theta_\infty^C)}{\tau - \delta} e^{-\delta t} + \left[ G_0 - G_\infty^C - \frac{\gamma(\Theta_0 - \Theta_\infty^C)}{\tau - \delta} \right] e^{-\tau t},$$

其中  $G_\infty^C = \frac{1}{\tau} \left( \frac{k\alpha^2 a^2 L_1}{K_{ar}} + \frac{k\beta^2 a^2 L_2}{K_{ad}} + \frac{k\gamma^2 \varepsilon^2 a^2 L_2}{\delta K_g} \right)$  为产品低碳商誉的稳定值;

4) 集中式供应链系统的最优利润为

$$J_S^C = k a^2 (\gamma L_2 \Theta_0 + L_1 G_0) + \frac{\beta^2 k^2 a^4}{2\rho K_{ad}} L_1^2 + \frac{\alpha^2 k^2 a^4}{2\rho K_{ar}} L_1^2 + \frac{\gamma^2 \varepsilon^2 k^2 a^4}{2\rho K_g} L_2^2.$$

**证明** 记  $t$  时刻集中式供应链系统的最优价值函数为  $J_S^{C*}(\Theta, G) = e^{-\rho t} V_S^C(\Theta, G)$ .  $V_S^C(\Theta, G)$  对于任意  $\Theta \geq 0$  和  $G \geq 0$  均满足 HJB 方程, 即

$$\rho V_S^C = \max_{p^C, \theta^C, A_r^C, A_d^C} \{ \pi_S + V_{S\Theta}^C (\varepsilon \theta^C - \delta \Theta) + V_{SG}^C (\alpha A_r^C + \beta A_d^C + \gamma \Theta - \tau G) \}. \quad (14)$$

对式(13)右侧分别求  $p^C$ 、 $\theta^C$ 、 $A_r^C$ 、 $A_d^C$  的二阶偏导, 可得 Hessian 矩阵

$$H_{J_S^C} = \begin{bmatrix} -\eta b G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_{ar} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_{ad} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

易知  $H_{J_S^C}$  为负定矩阵, 存在最优解. 对式(14)右侧分别求  $p^C$ 、 $\theta^C$ 、 $A_d^C$ 、 $A_r^C$  的一阶偏导, 可得

$$\frac{\partial V_S^C}{\partial p^C} = \eta(a - 2bp^C)G, \quad \frac{\partial V_S^C}{\partial \theta^C} = \varepsilon V_{S\theta}^C - K_g \theta^C,$$

$$\frac{\partial V_S^C}{\partial A_d^C} = \beta V_{SG}^C - K_{ad} A_d^C, \quad \frac{\partial V_S^C}{\partial A_r^C} = \alpha V_{SG}^C - K_{ar} A_r^C.$$

分别令其为0,联立求解可得

$$p^C = \frac{a}{2b}, \quad \theta^C = \frac{\varepsilon}{K_g} V_{S\theta}^C,$$

$$A_d^C = \frac{\beta}{K_{ad}} V_{SG}^C, \quad A_r^C = \frac{\alpha}{K_{ar}} V_{SG}^C. \quad (16)$$

将式(15)代入(14),整理可得

$$\rho V_S^C =$$

$$(\gamma V_{SG}^C - \delta V_{S\theta}^C)\Theta + \frac{(\eta a^2 - 4\tau b V_{SG}^C)G}{4b} +$$

$$\frac{(\varepsilon^2 b K_{ar} V_{S\theta}^C + \alpha^2 b K_g V_{SG}^C)K_{ad} + \beta^2 b K_g K_{ar} V_{SG}^C}{2b K_{ad} K_g K_{ar}}. \quad (17)$$

根据式(16)的结构,假设  $V_S^N(\Theta, G)$  关于  $\Theta$  和  $G$  的线性表达式为

$$V_S^C = c_1 G + c_2 \Theta + c_3, \quad (18)$$

其中  $c_1$ 、 $c_2$  和  $c_3$  均为常数. 将式(17)代入(16),整理得

$$\rho c_1 G + c_2 \Theta + c_3 =$$

$$\gamma(c_1 - \delta c_2)\Theta + \frac{(\eta a^2 - 4\tau b c_1)G}{4b} +$$

$$\frac{(\varepsilon^2 b K_{ar} c_2^2 + \alpha^2 b K_g c_1^2)K_{ad} + \beta^2 b K_g K_{ar} c_1^2}{2b K_{ad} K_g K_{ar}}. \quad (19)$$

由待定系数法可得

$$c_1 = \frac{\eta a^2}{4b(\rho + \tau)},$$

$$c_2 = \frac{\eta \gamma a^2}{4b(\rho + \delta)(\rho + \tau)},$$

$$c_3 =$$

$$\frac{\eta^2 a^4 [(\delta + \rho)^2 (\alpha^2 K_{ad} + \beta^2 K_{ar}) K_g + \varepsilon^2 \gamma^2 K_{ad} K_{ar}]}{32 \rho b^2 (\rho + \tau)^2 (\delta + \rho)^2 K_{ad} K_{ar} K_g}.$$

将式(21)代入(15)可得集中式供应链的均衡策略,如命题1的1)所示. 将均衡策略代入式(1)和(2)可得消费者低碳感知与产品低碳商誉的最优轨迹,如命题1的2)和3)所示. 将消费者低碳感知与产品低碳商誉的最优轨迹代入式(12)可得集中式供应链系统的最优利润,如命题1的4)所示.  $\square$

由命题1可知,集中式双渠道供应链系统的线上与线下广告投入均衡解是对称的,由渠道的广告特性决定. 当广告投入水平对产品低碳商誉(产品销量)的影响增强时,供应链系统将相应地提升线上与线下广告投入水平. 另一方面,贴现率越高,意味着系统越关注短期利润. 此时,系统将忽视对产品低碳研发与广告投放的长期投入,导致产品低碳商誉的下降,从而降低长期利润.

## 2.2 竞争型广告策略

在由制造商作为 Stackelberg 领导者的双渠道供应链系统中,制造商和零售商分别独自承担线上、线下的广告投入成本. 此时,博弈过程如下:制造商作为领导者,先决定产品低碳水平  $\theta$  和线上广告投入水平  $A_d$ ;零售商作为追随者,根据制造商的最优决策决定产品的销售价格  $p$  和线下广告投入水平  $A_r$ . 此时,制造商与零售商的决策问题为

$$\max_{\theta^{\text{DC}}, A_d^{\text{DC}}} J_M^{\text{DC}} = \int_0^\infty e^{-\rho t} \pi_M^{\text{DC}} dt, \quad (20)$$

$$\max_{p^{\text{DC}}, A_r^{\text{DC}}} J_R^{\text{DC}} = \int_0^\infty e^{-\rho t} \pi_R^{\text{DC}} dt. \quad (21)$$

**命题2** 在竞争型广告策略下,双渠道供应链系统的均衡策略如下:

1) 最优销售价格、最优低碳水平、最优线上广告投入水平和最优线下广告投入水平分别为

$$p^{\text{DC}} = \frac{\mu a + b k w}{2 b k}, \quad \theta^{\text{DC}} = \frac{\varepsilon \gamma L_2 M_2}{K_g},$$

$$A_d^{\text{DC}} = \frac{\beta L_1 M_2}{K_{ad}}, \quad A_r^{\text{DC}} = \frac{\alpha L_1 M_1^2}{K_{ar}},$$

其中

$$M_1 = a \mu - b k w,$$

$$M_2 = (2a^2 k \mu - a^2 \mu^2 - a^2 k \mu^2 - b^2 k^2 w^2 (k + 1) + 2abk^2 w (\mu + 1) - 2abk \mu w) / k;$$

2) 消费者低碳感知最优轨迹为

$$\Theta^{\text{DC}}(t) = \Theta_0 + (\Theta_0 - \Theta_\infty^{\text{DC}}) e^{-\delta t},$$

其中  $\Theta_\infty^{\text{DC}} = \frac{\varepsilon^2 \gamma L_2 M_2}{\delta K_g}$  为消费者低碳感知的稳定值;

3) 产品低碳商誉最优轨迹为

$$G^{\text{DC}}(t) = G_\infty^{\text{DC}} + \frac{\gamma(\Theta_0 - \Theta_\infty^{\text{DC}})}{\tau - \delta} e^{-\delta t} +$$

$$\left[ G_0 - G_\infty^{\text{DC}} - \frac{\gamma(\Theta_0 - \Theta_\infty^{\text{DC}})}{\tau - \delta} \right] e^{-\tau t},$$

其中  $G_\infty^{\text{DC}} = \frac{1}{\tau} \left( \frac{\alpha^2 L_1 M_1^2}{K_{ar}} + \frac{\beta^2 L_1 M_2}{K_{ad}} + \frac{\varepsilon^2 \gamma^2 L_2 M_2}{\delta K_g} \right)$  为产品低碳商誉的稳定值;

4) 制造商、零售商和供应链系统的最优利润为

$$J_M^{\text{DC}} = M_2(L_1 G_0 + \gamma L_2 \Theta_0) + \frac{\beta^2 L_1^2 M_2^2}{2 \rho K_{ad}} +$$

$$\frac{\alpha^2 L_1^2 M_1^2 M_2}{\rho K_{ar}} + \frac{\varepsilon^2 \gamma^2 L_2^2 M_2^2}{2 \rho K_g},$$

$$J_R^{\text{DC}} = M_1^2(L_1 G_0 + \gamma L_2 \Theta_0) + \frac{\beta^2 L_1^2 M_1^2 M_2}{\rho K_{ad}} +$$

$$\frac{\alpha^2 L_1^2 M_1^4}{2 \rho K_{ar}} + \frac{\varepsilon^2 \gamma^2 L_2^2 M_1^2 M_2}{\rho K_g},$$

$$J_S^{\text{DC}} = (M_2 + M_1^2)(L_1 G_0 + \gamma L_2 \Theta_0) +$$

$$\frac{\beta^2 L_1^2 M_2}{2\rho K_{ad}}(M_2 + 2M_1^2) + \frac{\alpha^2 L_1^2 M_1^2}{2\rho K_{ar}}(M_1^2 + 2M_2) + \frac{\varepsilon^2 \gamma^2 L_2^2 M_2}{2\rho K_g}(M_2 + 2M_1^2).$$

证明过程同命题 1, 此略。

由命题 2 可知, 分散式供应链中制造商与零售商市场权利的不对称性反映为线上广告投入水平与线下广告投入水平的不对称性. 当制造商和零售商独自进行广告投入决策时, 将加剧双渠道供应链的横向竞争程度. 由此表明, 合理降低线上渠道和线下零售渠道的广告竞争是改善供应链绩效的有效途径.

**推论 1** 当  $\mu \in \left[ \frac{bkw}{a}, \frac{k(2a + bkw - bw)}{a(1+k)} \right]$  时,  $D_r \geq 0, D_d \geq 0$ .

推论 1 表明, 消费者对零售渠道过高或过低的忠诚度会导致线上渠道或零售渠道存在的不合理性. 因此, 本文聚焦于消费者对零售渠道合理的忠诚度, 而不考虑其他极端情形.

### 2.3 支持型广告策略

该模式下, 制造商为了减弱“双重边际效应”, 承担线下广告投放成本. 此时, 博弈顺序如下: 制造商作为领导者首先决定产品低碳水平、线上广告投入水平和线下广告投入水平; 零售商作为追随者, 根据制造商的最优决策决定产品的销售价格. 此时, 制造商与零售商的决策问题为

$$\max_{\theta^{DS}, A_d^{DS}, A_r^{DS}} J_M^{DS} = \int_0^\infty e^{-\rho t} \pi_M^{DS} dt, \quad (22)$$

$$\max_{p^{DS}} J_R^{DS} = \int_0^\infty e^{-\rho t} \pi_R^{DS} dt. \quad (23)$$

**命题 3** 在支持型广告策略下, 双渠道供应链系统的均衡策略如下:

1) 最优销售价格、最优低碳水平、最优线上广告投入水平和最优线下广告投入水平分别为

$$p^{DS} = \frac{bkw + a\mu}{2kb}, \quad \theta^{DS} = \frac{\varepsilon\gamma L_2 M_2}{K_g},$$

$$A_d^{DS} = \frac{\beta L_1 M_2}{K_{ad}}, \quad A_r^{DS} = \frac{\alpha L_1 M_2}{K_{ar}};$$

2) 消费者低碳感知最优轨迹为

$$\Theta^{DS}(t) = \Theta_0 + (\Theta_0 - \Theta_\infty^{DS})e^{-\delta t},$$

其中  $\Theta_\infty^{DC} = \frac{\varepsilon^2 \gamma L_2 M_2}{\delta K_g}$  为消费者低碳感知的稳定值;

3) 产品低碳商誉最优轨迹为

$$G^{DS}(t) = G_\infty^{DS} + \frac{\gamma(\Theta_0 - \Theta_\infty^{DS})}{\tau - \delta} e^{-\delta t} + \left[ G_0 - G_\infty^{DS} - \frac{\gamma(\Theta_0 - \Theta_\infty^{DS})}{\tau - \delta} \right] e^{-\tau t},$$

其中  $G_\infty^{DS} = \frac{1}{\tau} \left( \frac{\beta^2 L_1 M_2}{K_{ad}} + \frac{\alpha^2 L_1 M_2}{K_{ar}} + \frac{\varepsilon^2 \gamma^2 L_2 M_2}{\delta K_g} \right)$

为产品低碳商誉的稳定值;

4) 制造商、零售商和供应链系统的最优利润为

$$J_M^{DS} = M_2(L_1 G_0 + \gamma L_2 \Theta_0) + \frac{\beta^2 L_1^2 M_2^2}{2\rho K_{ad}} +$$

$$\frac{\alpha^2 L_1^2 M_2^2}{2\rho K_{ar}} + \frac{\varepsilon^2 \gamma^2 L_2^2 M_2^2}{2\rho K_g},$$

$$J_R^{DS} = M_1^2(L_1 G_0 + \gamma L_2 \Theta_0) + \frac{\beta^2 L_1^2 M_1^2 M_2}{\rho K_{ad}} +$$

$$\frac{\alpha^2 L_1^2 M_1^2 M_2}{\rho K_{ar}} + \frac{\varepsilon^2 \gamma^2 L_2^2 M_1^2 M_2}{\rho K_g},$$

$$J_S^{DS} = (M_1^2 + M_2)(L_1 G_0 + \gamma L_2 \Theta_0) +$$

$$\frac{\beta^2 L_1^2 M_2}{2\rho K_{ad}}(2M_1^2 + M_2) + \frac{\alpha^2 L_1^2 M_2}{2\rho K_{ar}}(2M_1^2 +$$

$$M_2) + \frac{\varepsilon^2 \gamma^2 L_2^2 M_2}{2\rho K_g}(2M_1^2 + M_2).$$

证明过程同命题 1, 此略。

命题 3 表明, 当制造商承担零售商的线下广告投入成本时, 线上和线下广告投入水平的均衡策略能反映出线上与线下渠道的对称特性, 由此表明, 支持型广告投入策略能有效降低双渠道供应链中的广告竞争程度.

### 2.4 比较分析

**命题 4** 集中式与分散式供应链对比:

1)  $A_d^C > A_d^i, A_r^C > A_r^i, \theta^C > \theta^i, J_S^C > J_S^i$ , 其中  $i = DC, DS$ ;

2) 当  $\mu \in \left[ \frac{bkw}{a}, k \right]$  时, 若  $0 < w \leq \frac{a(k - \mu)}{bk}$ , 则  $p^C \geq p^i$ , 若  $\frac{a(k - \mu)}{bk} < w < \frac{a}{b}$ , 则  $p^C < p^i$ ; 当  $\mu \in \left[ k, \frac{k(2a + bkw - bw)}{a(1+k)} \right]$  时,  $p^C < p^i$ , 其中  $i = DC, DS$ .

**证明** 1) 由集中式决策和采用竞争型广告策略的分散式决策的均衡策略可得

$$A_d^C - A_d^{DC} = \frac{\beta L_1 (ka^2 - M_2) ka^2}{K_{ad}},$$

$$A_r^C - A_r^{DC} = \frac{\alpha L_1 (ka^2 - M_1^2)}{K_{ar}},$$

$$\theta^C - \theta^{DC} = \frac{\varepsilon\gamma L_2 (ka^2 - M_2)}{K_g},$$

$$J_S^C - J_S^{DC} = (L_1 G_0 + \gamma L_2 \Theta_0)(ka^2 - M_1^2 - M_2) +$$

$$\frac{\beta^2 L_1^2}{2\rho K_{ad}}(k^2 a^4 - M_2^2 - 2M_1^2 M_2) +$$

$$\frac{\alpha^2 L_1^2}{2\rho K_{ar}}(k^2 a^4 - M_1^4 + 2M_1^2 M_2) +$$

$$\frac{\varepsilon^2 \gamma^2 L_2^2}{2\rho K_g}(k^2 a^4 - M_2^2 - 2M_1^2 M_2).$$

由  $ka^2 - M_2 - M_1^2 = \frac{[(a - bw)k - a\mu]^2}{k} \geq 0$  可得,  $A_d^C - A_d^{DC} > 0, A_r^C - A_r^{DC} > 0, \theta^C - \theta^{DC} > 0$ . 进

一步可知

$$k^2 a^4 - M_1^4 + 2M_1^2 M_2 \geq M_2^4 + 4M_1^2 M_2 > 0.$$

同理  $k^2 a^4 - M_2^2 - 2M_1^2 M_2 > 0$ , 因此  $J_S^C - J_S^{DC} > 0$ . 同理可证  $A_d^C > A_d^{DS}, A_r^C > A_r^{DS}, \theta^C > \theta^{DS}, J_S^C > J_S^{DS}$ .

2) 易得  $p^C - p^{DC} = \frac{ak - \mu a - bkw}{2bk}$ , 令其为0, 可得  $w = \frac{a(k - \mu)}{bk}$ . 当  $\mu \geq k$  时,  $w \leq 0$ ; 当  $\mu < k$  时,  $w > 0$ . 进一步地, 由假设4和假设5可知  $w \in [0, a/b]$ . 当  $\mu < k$  时, 若  $0 < w < \frac{a(k - \mu)}{bk}$ , 则  $p^C > p^{DC}$ ; 若  $w = \frac{a(k - \mu)}{bk}$ , 则  $p^C = p^{DC}$ ; 若  $\frac{a(k - \mu)}{bk} < w < \frac{a}{b}$ , 则  $p^C < p^{DC}$ . 当  $\mu \geq k$  时, 由  $\frac{a(k - \mu)}{bk} < w < \frac{a}{b}$  可知  $p^C < p^{DC}$ . □

命题4的1)表明集中式双渠道供应链下的最优低碳水平、最优线上广告投入水平、最优线下广告投入水平以及供应链总利润均优于分散式双渠道供应链. 命题4的2)表明, 随着参数值的变化, 集中式双渠道供应链中低碳产品的销售价格可能高于、等于或低于分散式双渠道供应链中低碳产品的销售价格. 结合命题4的1)和2), “双重边际效应”存在于分散式双渠道供应链中, 其并不以某个决策变量为载体(如销售价格), 而是真实地反映于分散式双渠道供应链总体利润的受损.

**命题5** 竞争型与支持型广告策略对比:

1)  $A_d^{DS} = A_d^{DC}, \theta^{DS} = \theta^{DC}, p^{DS} = p^{DC}$ ;

2) 若  $M_2 \leq M_1^2$ , 则  $A_r^{DC} \geq A_r^{DS}$ , 若  $M_2 > M_1^2$ , 则  $A_r^{DC} < A_r^{DS}$ ;

3) 记  $\Delta J_M = J_M^{DS} - J_M^{DC}, \Delta J_R = J_R^{DS} - J_R^{DC}, \Delta J_S = J_S^{DS} - J_S^{DC}$ , 两种广告策略下, 制造商、零售商、供应链的利润对比情况如表1所示, “-”表示负值, “+”表示正值.

表1 利润对比情况

	$\Delta J_M$	$\Delta J_S$	$\Delta J_R$
$0 < M_2 < M_1^2/2$	-	-	-
$M_1^2/2 < M_2 < M_1^2$	-	-	+
$M_1^2 < M_2 < 2M_1^2$	-	+	+
$M_2 > 2M_1^2$	+	+	+

**证明** 1) 由分散式双渠道供应链分别在竞争型与支持型广告策略下的均衡策略易得

$$A_d^{DS} - A_d^{DC} = 0, \theta^{DS} - \theta^{DC} = 0, p^{DS} - p^{DC} = 0;$$

2) 易得  $A_r^{DS} - A_r^{DC} = \frac{\alpha L_1}{K_{ar}}(M_2 - M_1^2)$ ;

3) 由分散式双渠道供应链分别在竞争型与支持型广告策略下的最优利润可得

$$\Delta J_M = J_M^{DS} - J_M^{DC} = \frac{\alpha^2 L_1^2 M_2}{2\rho K_{ar}}(M_2 - 2M_1^2),$$

$$\Delta J_R = J_R^{DS} - J_R^{DC} = \frac{\alpha^2 L_1^2 M_1^2}{2\rho K_{ar}}(2M_2 - M_1^2),$$

$$\Delta J_S = J_S^{DC} - J_S^{DS} = \frac{\alpha^2 L_1^2}{2\rho K_{ar}}(M_2 + M_1^2)(M_2 - M_1^2).$$

命题5得证. □

命题5的1)表明, 分散式双渠道供应链在竞争型广告策略和支持型广告策略下, 最优线上广告投入水平、最优低碳水平与最优销售价格一致, 表明线下广告投入水平的承担主体的变化只影响线下广告投入水平, 而不会扩散影响其他决策变量. 命题5的2)表明, 随着参数取值的变化, 竞争型广告策略下的线下广告投入水平可能高于、等于或低于支持型广告策略下的线下广告投入水平. 命题5的3)表明, 当参数取值变化时(取值由小到大变化), 相较于支持型广告策略, 竞争型广告策略将带来零售商、供应链和制造商利润的改善. 由表1可见, 相较于制造商, 零售商更容易从竞争型广告策略获益. 同时, 当制造商具有一定利他偏好且以供应链系统利润最大化为目标, 而不是以自身利润最大化为目标时, 制造商更容易接受支持型广告策略. 综合命题5可见,  $\Delta J_M$  与  $\Delta A_r = A_r^{DS} - A_r^{DC}$  的正负性条件一致. 这意味着制造商可以将线下广告投入水平作为判断是否采用支持型广告策略的直接信号.

**推论2** 在一定条件下, 支持型广告策略将使得分散式双渠道供应链得到Pareto改进.

由表1可见, 相较于采用竞争型广告策略的分散式双渠道供应链, 在一定条件下 ( $M_2 > 2M_1^2$ ), 采用支持型广告策略的分散式双渠道供应链中, 制造商、零售商与供应链的利润都将得到改善. 由此表明, 在一定条件下, 竞争型广告策略将使得分散式双渠道供应链得到Pareto改进. 此时, 采用支持型广告策略的分散式双渠道供应链的线下广告投入水平将低于采用竞争型广告策略的分散式双渠道供应链. 这表明竞争型广告策略通过降低制造商与零售商之间的广告竞争, 提高了线下广告投入水平, 从而扩展了市场潜在需求, 进而实现了双渠道供应链的Pareto改进.

综合命题5和推论2可知, 在分散式供应链中, 线下广告投入水平是判断支持型广告策略效用的关键变量, 只有当支持型广告策略下的最优线下广告投入水平优于竞争型广告策略下的最优线下广告投入水平时, 制造商才能从支持型广告策略中获利, 同时取得分散式供应链系统的Paroto改进. 这是因为, 线下广告投入水平的提高能有效促进低碳产品商誉的提升, 并转化为线上和线下渠道产品需求量的增加, 从而增加制造商通过线上和线下渠道所获得的利

润. 而只有当支持型广告策略下的最优线下广告投入水平优于竞争型广告策略下的最优线下广告投入水平时, 提升线下广告水平所转化来的低碳产品需求量足够高, 才能抵消制造商所承担的线下广告投入成本, 并同步地增加制造商利润.

### 3 算例分析

根据前文, 通过数值模拟直观地分析不同模式下双渠道供应链系统均衡决策和利润的变化. 初始参数设置<sup>[14]</sup>为:  $a = 5, b = 2, k = 0.5, \eta = 0.75, \varepsilon = 0.8, \delta = 0.5, \alpha = 0.6, \beta = 0.5, \gamma = 0.8, \tau = 0.5, \rho = 0.3, \Theta_0 = 5, G_0 = 15, K_g = 6, K_{ad} = 5, K_{ar} = 5.5$ .

图 1 为线上与线下广告投入水平与  $\mu$  的关系 (取  $w = 1$ , 此时  $\mu \in [0.2, 0.6]$ ). 可见, 竞争型广告策略下的最优线下广告投入水平优于支持型广告策略, 而竞争型广告策略下的最优线上广告投入水平等于支持型广告策略, 与命题 5 一致. 随着消费者对零售渠道忠诚度增加, 竞争型广告策略下, 零售商将提高最优线下广告投入水平. 此时制造商对线上渠道投入将减少, 意味着制造商将降低最优线上广告投入水平. 支持型广告策略下, 随着消费者对线上渠道的忠诚度下降, 制造商不再重视线上和线下渠道的广告竞争激烈程度, 因此将同步地降低最优线下广告投入水平.

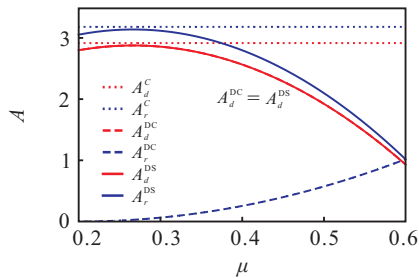


图 1 线上与线下广告投入水平与  $\mu$  的关系

图 2 为低碳投入水平与  $\mu$  的关系. 由图 2 可见, 竞争型广告策略下的最优低碳水平等于支持型广告策略, 随着消费者对零售渠道忠诚度增加, 产品最优低碳水平先增后减, 表明一定程度的线上、线下渠道竞争有利于改善市场的低碳环境, 而当线上、线下渠道的竞争加剧时, 制造商将聚焦于与零售商的竞争, 而忽视对产品低碳研发的投入.

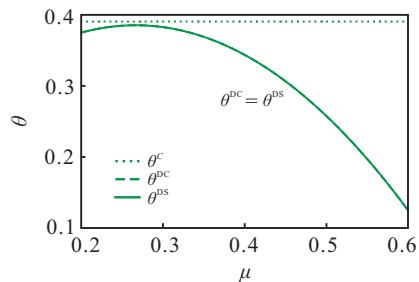


图 2 低碳投入水平与  $\mu$  的关系

图 3 为制造商、零售商与供应链的利润与  $\mu$  的关系. 由图 3 可见, 支持型广告策略下的制造商、供应链和零售商的利润均高于竞争型广告策略, 这与命题 5 一致. 随着消费者对零售渠道忠诚度增加, 零售商的利润逐渐增加, 而制造商和供应链的利润先增后减. 表明一定程度的线上、线下渠道竞争有利于制造商或供应链的利润改善.

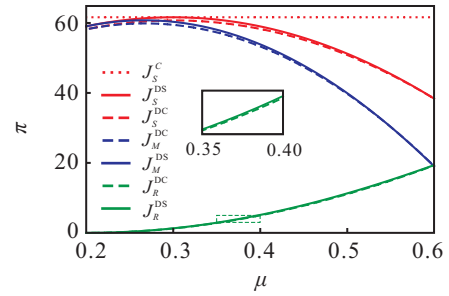


图 3 制造商、零售商与供应链的利润与  $\mu$  的关系

图 4 为  $\Delta J_M, \Delta J_S, \Delta J_R$  与  $\mu$  和  $w$  的关系. 图 4 进一步地表明了推论 2 的结论, 即在一定条件下, 采用支持型广告策略使得分散式双渠道供应链得到 Pareto 改进. 当  $\mu$  或  $w$  的取值逐渐增加时,  $\Delta J_M, \Delta J_S, \Delta J_R$  依次由正值变为负值, 支持型广告策略对双渠道供应链的利润改善效用递减直至为负.

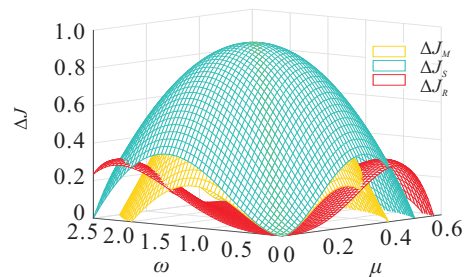


图 4  $\Delta J_M, \Delta J_S, \Delta J_R$  与  $\mu$  和  $w$  的关系

### 4 结论

本文针对由一个制造商和一个零售商组成的双渠道供应链, 综合考虑线上线下广告效应、消费者低碳感知效应等因素对市场需求的影响, 将消费者低碳感知和产品低碳商誉作为状态变量构建微分博弈模型. 讨论了集中式决策模型、采用竞争型广告策略和采用支持型广告策略的分散式决策下双渠道供应链模型的最优均衡策略, 并比较分析了 3 种决策模型下的最优均衡策略和最优利润. 通过对模型的求解和分析可以得到以下结论:

- 1) 集中式决策模型的最优产品低碳水平、最优线上和线下广告投入水平均高于分散式决策模型, 而产品销售价格依赖于参数取值, 与集中式或分散式决策模型无关;
- 2) 分散式决策模型下, 采用竞争型广告策略时,



双渠道供应链的产品最优销售价格、最优低碳水平和最优线上广告投入水平与采用支持型广告策略时的双渠道供应链均衡策略一致;

3) 一定条件下,支持型广告策略将使双渠道供应链得到Pareto改进,此时最优线下广告投入水平由于竞争型广告策略而提高。

本文着重分析并比较竞争型和支持型广告策略下双渠道供应链的均衡策略,没有考虑供应链成员的公平关切、风险规避等行为特征对均衡策略的影响;另外,双渠道供应链的渠道结构或市场权利对均衡策略的影响也值得进一步研究。

#### 参考文献(References)

- [1] 帅传敏, 张钰坤. 中国消费者低碳产品支付意愿的差异分析——基于碳标签的情景实验数据[J]. 中国软科学, 2013(7): 61-70.  
(Shuai C M, Zhang Y K. Variance analysis of consumers' willingness to pay for low-carbon products in China: Based on scenario experiment with carbon labeling[J]. China Soft Science, 2013(7): 61-70.)
- [2] van Loon P, Deketele L, Dewaele J, et al. A comparative analysis of carbon emissions from online retailing of fast moving consumer goods[J]. Journal of Cleaner Production, 2015, 106: 478-486.
- [3] Li B, Zhu M Y, Jiang Y S, et al. Pricing policies of a competitive dual-channel green supply chain[J]. Journal of Cleaner Production, 2016, 112: 2029-2042.
- [4] Ji J, Zhang Z, Li Y. Carbon emission reduction decisions in the retail/dual-channel supply chain with consumers' preference[J]. Journal of Cleaner Production, 2017, 141: 852-867.
- [5] Chen S, Wang X, Wu Y B, et al. Pricing policies of a dual-channel supply chain considering channel environmental sustainability[J]. Sustainability, 2017, 9(3): 382.
- [6] Rahmani K, Yavari M. Pricing policies for a dual-channel green supply chain under demand disruptions[J]. Computers & Industrial Engineering, 2019, 127: 493-510.
- [7] He L H, Li Z D. Analysis of cooperative advertising strategy in a dual-channel supply chain with a fairness concern of the retailer[J]. Industrial Engineering and Management, 2017, 22(4): 107-114.
- [8] Yan R L, Pei Z. Retail services and firm profit in a dual-channel market[J]. Journal of Retailing and Consumer Services, 2009, 16(4): 306-314.
- [9] Xiong X S, Zhao Y. Optimal advertising and retail pricing in a durable goods supply chain[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2014, 34(6): 1425-1430.
- [10] Ye T, Guan Z M, Zhao Y, et al. Dynamic optimization and coordination in a supply chain of low-carbon goodwill with advertising and low-carbon competition[J]. Chinese Journal of Management, 2018, 15(8): 1240-1248.
- [11] Wu C H. Price competition and technology licensing in a dynamic duopoly[J]. European Journal of Operational Research, 2018, 267(2): 570-584.
- [12] Zhang Z Y, Li H J, Yang L, et al. Dual-channel coordination strategies on advertising cooperation based on differential game[J]. Control and Decision, 2014, 29(5): 873-879.
- [13] Xiao J, Li Y Y, Zhang X M. Differential game of cooperative advertisement in OAO supply chain under product differentiation[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2018, 24(8): 2088-2097.
- [14] Zhou Y, Ye X. Differential game model of joint emission reduction strategies and contract design in a dual-channel supply chain[J]. Journal of Cleaner Production, 2018, 190: 592-607.
- [15] Zhou Y J, Ye X, Zhan J X, et al. Differential game model of joint emission reduction strategies in a dual-channel supply chain considering manufacturers' competition and cooperation[J]. Control and Decision, 2018, 33(11): 2021-2028.
- [16] Wang D P, Li X Y. Differential game on vertical joint promotion considering goodwill and retailers' competition[J]. Control and Decision, 2017, 32(12): 2210-2218.
- [17] You D M, Zhu G J. Differential game analysis of ecological R&D, cooperative promotion and pricing in the low-carbon supply chain[J]. Control and Decision, 2016, 31(6): 1047-1056.
- [18] Huang Z, Nie J, Zhang J. Dynamic cooperative promotion models with competing retailers and negative promotional effects on brand image[J]. Computers & Industrial Engineering, 2018, 118: 291-308.
- [19] El Ouardighi F. Supply quality management with optimal wholesale price and revenue sharing contracts: A two-stage game approach[J]. International Journal of Production Economics, 2014, 156: 260-268.
- [20] Zu Y, Chen L, Fan Y. Research on low-carbon strategies in supply chain with environmental regulations based on differential game[J]. Journal of Cleaner Production, 2018, 177: 527-546.

#### 作者简介

陈山(1991—),男,博士生,从事物流与供应链管理的研究, E-mail: 20150701034@cqu.edu.cn;

王旭(1963—),女,教授,博士生导师,从事现代服务业、物流与供应链管理等研究, E-mail: wx921@163.com;

吴映波(1978—),男,副教授,博士,从事软件工程等研究, E-mail: wyb@cqu.edu.cn;

周福礼(1991—),男,博士生,从事质量管理的研究, E-mail: shenhuxi\_1991@126.com;

李龙晓(1990—),男,博士生,从事物流与供应链管理的研究, E-mail: Ishaw\_15@outlook.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)