

控制与决策

Control and Decision

一种区间数-二元联系数转换的模糊决策改进算法

贺颖, 赵罡, 修睿

引用本文:

贺颖, 赵罡, 修睿. 一种区间数-二元联系数转换的模糊决策改进算法[J]. 控制与决策, 2020, 35(10): 2442-2448.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0137>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于GM\(0,N\)模型的三元区间数序列预测](#)

Prediction of ternary interval number sequence based on GM(0, β m N) model

控制与决策. 2020, 35(9): 2269-2276 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1710>

[三参数区间数下非线性可拓关联度决策方法](#)

Nonlinear extension dependent degree method to three-parameter interval number decision making

控制与决策. 2019, 34(10): 2203-2212 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0164>

[基于二元联系数的区间直觉模糊数多准则决策方法](#)

Method of interval-valued intuitionistic fuzzy multiple attribute decision making based on binary connection number

控制与决策. 2017, 32(10): 1849-1854 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.1039>

[基于属性多粒度的双层权重大群体决策方法](#)

Two-layer weight large group decision-making method based on multi-granularity attributes

控制与决策. 2016, 31(10): 1908-1914 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.1089>

[基于马田系统的区间Choquet模糊积分多属性决策方法](#)

Interval Choquet fuzzy integral multi-attribute decision making method based on Mahalanobis-Taguchi system

控制与决策. 2016, 31(1): 180-186 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.1488>

一种区间数-二元联系数转换的模糊决策改进算法

贺颖¹, 赵罡^{1†}, 修睿^{1,2}

(1. 北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100191; 2. 北京航天控制仪器研究所, 北京 100039)

摘要: 针对准则值和准则权重以二元或三元区间数形式给出的模糊决策问题, 提出一种区间数-二元联系数转换改进算法. 利用区间数的偏好值和上下限取值范围, 将区间数转换为二元联系数. 将区间数的偏好值作为联系数的同一度, 并将区间数上下限到偏好值的距离作为联系数的差异度, 使得转换过程中区间模糊信息中的确定性增大, 不确定性减小. 在此基础上, 使用同一度和差异度重新定义联系数的正负理想解, 并确定联系数间的距离公式, 进而提出一种改进的基于联系数的 TOPSIS 模糊决策算法. 最后, 结合实例表明所提出算法的有效性和合理性.

关键词: 模糊决策; 区间数; 二元联系数; 偏好值; 距离; 同一度; 差异度

中图分类号: TP319.56

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.0137

引用格式: 贺颖, 赵罡, 修睿. 一种区间数-二元联系数转换的模糊决策改进算法 [J]. 控制与决策, 2020, 35(10): 2442-2448.

An improved fuzzy decision making algorithm for interval number-binary connection number conversion

HE Ying¹, ZHAO Gang^{1†}, XIU Rui^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Beihang University, Beijing 100191, China; 2. Beijing Institute of Aerospace Control Instrument, Beijing 100039, China)

Abstract: To solve the fuzzy decision-making problem in which the criterion value and the criterion weight are given in the form of binary or ternary inter-zone numbers, an improved algorithm of interval number-binary connection number conversion is proposed. By using the preference value of interval number and the value range of upper and lower limits, the interval number is converted into a binary connection number. The preference value of the interval number is taken as the same degree of the connection number, and the distance from the upper and lower limit of the interval number to the preference value is taken as the difference degree of the connection number. The uncertainty of interval fuzzy information increases and the uncertainty decreases during the conversion process. On this basis, the positive and negative ideal solutions of the connection numbers are redefined by using the same degree and difference degree, and the distance formula between the connection numbers is determined. Then, an improved TOPSIS fuzzy decision algorithm based on the connection numbers is proposed. Finally, the effectiveness and rationality of the algorithm are verified by an example.

Keywords: fuzzy decision; interval number; binary connection number; preference; distance; same degree; difference degree

0 引言

模糊决策中常见准则值或准则权重用范围描述, 区间数能正确地表达范围信息, 这类模糊决策也被称为区间数决策. 区间数决策的难点在于区间数排序^[1-3], 国内外学者对其展开了大量研究. 研究成果可分为三类: 第 1 类是将区间数转化为具有代表性的实数, 这类方法存在的问题是转换过程中信息量过度丢失, 可信度不高; 第 2 类是定义某种表达区间数关系程度的量^[4-6], 这类方法通常会有假设前提, 在实际

应用中较难满足; 第 3 类是利用区间数包含的确定性和不确定性特征, 将其转化为某种也具有双重特征的数^[7-9]. 本文的研究属于第 3 类, 利用联系数具备的能够表示确定性和不确定性关系的函数特征, 将区间数转化为联系数.

联系数是由我国学者赵克勤提出的^[10-11], 是一种用来描述研究对象确定性与不确定性及其相互作用的结构函数^[12-14]. 联系数的提出为处理区间型模糊决策问题提供了一种全新的方法^[15-17], 目前已被

收稿日期: 2019-01-28; 修回日期: 2019-05-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71430026, 61273232); 湖南省自然科学基金项目(2015JJ2047).

†通讯作者. E-mail: zhaog@buaa.edu.cn.

广泛应用于航空航天、工业制造、军事国防、能源交通、天气预报、社会经济、质量管理等多个领域^[18-20]。陆广地^[21]、刘秀梅等^[22]、金卫雄等^[23]对联系数和区间数间的关系进行研究,提出了广一同一度法、联系数四则运算、均值和方差、正态分布、各类集成算子^[24-25]等方法,实现了联系数与区间数的转换,但这些方法存在运算复杂、确定性和不确定性估算不足、转换时会产生上下限溢出等问题^[26-27]。

本文受到上述研究的启发,发现二元和三元区间数偏好值的确定性以及上下限与偏好值间距离的不确定性,提出一种区间数-联系数转换方法,并在此基础上对经典的 TOPSIS 决策进行改进。最后,通过与其他相关研究进行实例对比分析,表明本文所提出方法的合理性。

1 区间数-二元联系数转换

1.1 区间数

定义 1^[1-2] 区间数按照表示参数的数量可以划分为二元区间数和三元区间数,具体定义如下。设 R 为实数域,若:

1) $\tilde{X} = [x^L, x^H], x^L \in R, x^H \in R, x^L \leq x^H$, 则 \tilde{X} 被称为二元区间数。其中: x^L 为区间的下限数, x^H 为区间的上限数。二元区间数的中点 $x^* = (x^L + x^H) / 2$ 称为偏好值,是该区间中取值可能性最大的数值。

2) $\tilde{X} = [x^L, x^*, x^H], x^L \in R, x^* \in R, x^L \leq x^* \leq x^H$, 则 \tilde{X} 被称为三元区间数。其中: x^L 为区间的下限数, x^H 为区间的上限数。 x^* 称为偏好值,是区间中取值可能性最大的数值。

1.2 联系数

为了解决系统中的确定性和不确定性问题,赵克勤^[10]提出了集对分析(set pair analysis, SPA)理论。该理论通过引入联系数 $\mu = \frac{S}{N} + \frac{F}{N}i + \frac{P}{N}j$ 来解决不确定性问题,为处理不确定性问题提供了一种方法。若令 $\frac{S}{N} = a, \frac{F}{N} = b, \frac{P}{N} = c$, 则 $\mu = a + bi + cj$ 。又由于 a, b, c 满足 $a + b + c = 1$ 这一条件,当 $c = 0$ 时 $\mu = a + bi + cj$ 可简化成 $\mu = a + bi$, 具体定义如下。

定义 2^[3] 设 $\mu = a + bi, a \geq 0, b \geq 0$, 称 μ 为 $a + bi$ 型联系数, a 表示确定性,称为同一度, b 表示不确定性,称为差异度, $i \in [-1, 1]$, 是不确定量,根据具体情况取值。

定义 3^[12] 设联系数

$$\mu_1 = a_1 + b_1i, \mu_2 = a_2 + b_2i,$$

则有

$$\mu_1 + \mu_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i.$$

定义 4^[22-24] 设联系数

$$\mu_1 = a_1 + b_1i, \mu_2 = a_2 + b_2i,$$

则有

$$\begin{aligned} \mu_1\mu_2 &= (a_1 + b_1i)(a_2 + b_2i) = \\ &= a_1a_2 + a_1b_2i + a_2b_1i + b_1b_2i^2. \end{aligned}$$

需要说明的是,由于 i 是一个根据具体情况取值的不确定量,可以认为 i^2 在表示不确定量的意义上与 i 效果相同,即 $b_1b_2i^2 = b_1b_2i$, 于是有

$$\begin{aligned} \mu_1\mu_2 &= (a_1 + b_1i)(a_2 + b_2i) = \\ &= a_1a_2 + (a_1b_2 + a_2b_1 + b_1b_2)i. \end{aligned}$$

1.3 区间数-联系数转换

定义 5 二元区间数 $\tilde{X}_{pq} = [x_{pq}^L, x_{pq}^H]$ 和三元区间数 $\tilde{X}_{pq} = [x_{pq}^L, x_{pq}^*, x_{pq}^H]$, 存在偏好值 x_{pq}^* , 对于二元联系数 $\mu_{pq} = a_{pq} + b_{pq}i$, 有 $a_{pq} = x_{pq}^*, b_{pq} = \sqrt{(x_{pq}^H - x_{pq}^*)^2 + (x_{pq}^L - x_{pq}^*)^2}$, 即

$$\mu_{pq} = x_{pq}^* + \sqrt{(x_{pq}^H - x_{pq}^*)^2 + (x_{pq}^L - x_{pq}^*)^2}i, \quad (1)$$

$$i \in \left[\frac{x_{pq}^L - x_{pq}^*}{\sqrt{(x_{pq}^H - x_{pq}^*)^2 + (x_{pq}^L - x_{pq}^*)^2}}, \frac{x_{pq}^H - x_{pq}^*}{\sqrt{(x_{pq}^H - x_{pq}^*)^2 + (x_{pq}^L - x_{pq}^*)^2}} \right] \in [-1, 1].$$

2 基于联系数的 TOPSIS 模糊决策算法

设方案集为 $S_p (p = 1, 2, \dots, m)$, 每个方案有决策准则 $t_q (q = 1, 2, \dots, n)$, 准则权重为 $w_q (q = 1, 2, \dots, n)$, $w_q = [w_q^L, w_q^H]$ 或 $[w_q^L, w_q^*, w_q^H]$, 决策矩阵 $A = [a_{pq}]_{m \times n} (p = 1, 2, \dots, m, q = 1, 2, \dots, n)$, a_{pq} 表示第 p 个方案在第 q 个决策准则上的区间数, $a_{pq} = [a_{pq}^L, a_{pq}^H]$ 或 $[a_{pq}^L, a_{pq}^*, a_{pq}^H]$. 针对该类决策问题,将联系数与传统的 TOPSIS 模型结合起来,给出基于联系数的 TOPSIS 模糊决策算法,具体方法如下。

1) 对方案决策矩阵 $A = [a_{pq}]_{m \times n} (p = 1, 2, \dots, m)$ 的规范化处理。

对决策矩阵的规范化处理过程也是归一化过程,本文使用 0-1 归一化处理对区间数据进行变换,使结果落到 $[0, 1]$ 区间。

当区间数为效益型准则时,规范化处理公式为

$$y_{pq}^L = \frac{a_{pq}^L}{\sum_{p=1}^m a_{pq}^H}, y_{pq}^* = \frac{a_{pq}^*}{\sum_{p=1}^m a_{pq}^*}, y_{pq}^H = \frac{a_{pq}^H}{\sum_{p=1}^m a_{pq}^L}; \quad (2)$$

当区间数为成本型准则时,规范化处理公式为

$$y_{pq}^L = \frac{(a_{pq}^H)^{-1}}{\sum_{p=1}^m (a_{pq}^L)^{-1}}, y_{pq}^* = \frac{(a_{pq}^*)^{-1}}{\sum_{p=1}^m (a_{pq}^*)^{-1}},$$

$$y_{pq}^H = \frac{(a_{pq}^L)^{-1}}{\sum_{p=1}^m (a_{pq}^H)^{-1}} \quad (3)$$

2) 按照式(1)实现区间数与二元联系系数的转换, 得到二元联系系数方案决策矩阵 $A' = [u_{pq}]_{m \times n}, p = 1, 2, \dots, m$.

3) 确定准则的正负理想解.

正理想解为

$$\mu_{pq}^+ = a_{pq}^+ + b_{pq}^+ i \quad (4)$$

其中: $a_{pq}^+ = \max_{1 \leq p \leq m} (a_{pq}), b_{pq}^+ = \max_{1 \leq p \leq m} (b_{pq})$.

负理想解为

$$\mu_{pq}^- = a_{pq}^- + b_{pq}^- i \quad (5)$$

其中: $a_{pq}^- = \min_{1 \leq p \leq m} (a_{pq}), b_{pq}^- = \min_{1 \leq p \leq m} (b_{pq})$.

4) 计算各方案与理想解之间的距离.

方案 S_p 到正理想解之间的距离为

$$D_p^+ = \sum_{q=1}^n w_p \times \sqrt{\frac{(a_{pq} - a_{pq}^+)^2 + (b_{pq} - b_{pq}^+)^2}{2}} \quad (6)$$

方案 S_p 到负理想解之间的距离为

$$D_p^- = \sum_{q=1}^n w_p \times \sqrt{\frac{(a_{pq} - a_{pq}^-)^2 + (b_{pq} - b_{pq}^-)^2}{2}} \quad (7)$$

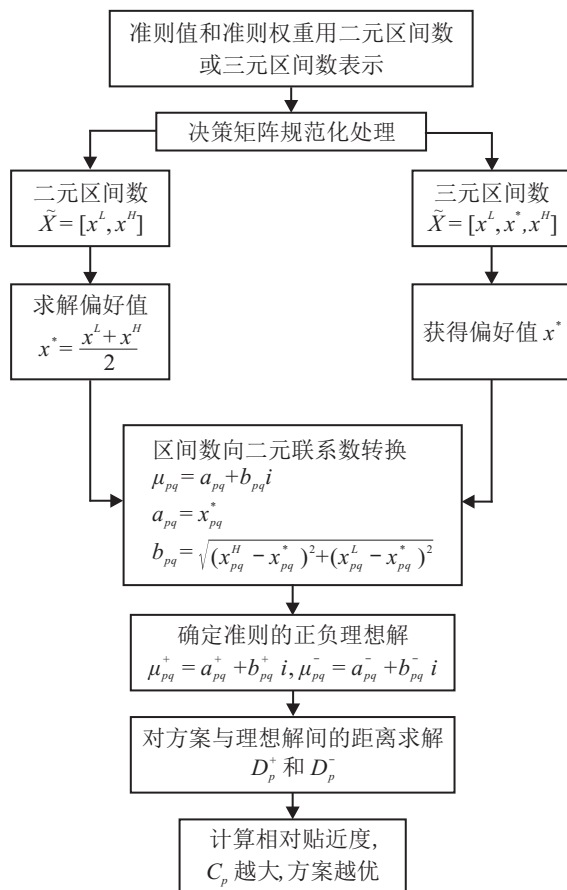


图1 改进的基于联系系数的TOPSIS模糊决策算法流程

5) 计算各方案与理想解的相对贴近度. 有

$$C_p = \frac{D_p^-}{D_p^+ + D_p^-}, \text{ for } p = 1, 2, \dots, m. \quad (8)$$

C_p 越大, 方案越优.

改进的基于联系系数的TOPSIS模糊决策算法流程如图1所示.

3 实例分析

为便于计算方法的比较分析, 直接使用文献[1]中的实例. 该实例列出的指标有6项, 针对5个候选方案的准则值已知, 准则权重已知. 用基于联系系数的TOPSIS模糊决策算法模型进行求解, 具体步骤如下.

step 1: 为验证本文所提出的二元区间数和三元区间数与二元联系系数间的转换算法, 将文献[1]决策矩阵的第4个候选方案区间数中的偏好值去掉, 将其调整为二元区间数, 按照式(2)和(3)对该决策矩阵进行规范化处理, 处理后的决策矩阵和准则权重向量为

$$A = \begin{bmatrix} [0.17, 0.19, 0.21] & [0.19, 0.20, 0.21] & [0.19, 0.20, 0.21] \\ [0.19, 0.21, 0.23] & [0.19, 0.20, 0.21] & [0.19, 0.20, 0.21] \\ [0.19, 0.20, 0.22] & [0.18, 0.19, 0.20] & [0.19, 0.20, 0.22] \\ [0.18, 0.21] & [0.19, 0.21] & [0.18, 0.20] \\ [0.18, 0.20, 0.22] & [0.19, 0.20, 0.21] & [0.19, 0.20, 0.22] \\ [0.19, 0.21, 0.22] & [0.19, 0.20, 0.21] & [0.20, 0.21, 0.22] \\ [0.19, 0.20, 0.21] & [0.20, 0.21, 0.22] & [0.19, 0.20, 0.21] \\ [0.19, 0.20, 0.21] & [0.18, 0.19, 0.21] & [0.19, 0.20, 0.21] \\ [0.18, 0.21] & [0.18, 0.21] & [0.19, 0.21] \\ [0.19, 0.20, 0.21] & [0.19, 0.20, 0.21] & [0.18, 0.19, 0.20] \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$W = \begin{bmatrix} [0.10, 0.15, 0.20] \\ [0.05, 0.10, 0.15] \\ [0.20, 0.25, 0.30] \\ [0.05, 0.10, 0.15] \\ [0.15, 0.20, 0.25] \\ [0.10, 0.15, 0.20] \end{bmatrix}$$

step 2: 实现区间数与二元联系系数转换.

按照式(1)对矩阵 A 进行转换, 得到以二元联系系数表示的矩阵 A' , 即

$$A' = \begin{bmatrix} 0.19 + 0.0283i & 0.2 + 0.0141i & 0.2 + 0.0141i \\ 0.21 + 0.0283i & 0.2 + 0.0141i & 0.2 + 0.0141i \\ 0.2 + 0.0141i & 0.19 + 0.0141i & 0.21 + 0.0224i \\ 0.195 + 0.0212i & 0.2 + 0.0269i & 0.19 + 0.0255i \\ 0.2 + 0.0283i & 0.2 + 0.0141i & 0.2 + 0.0224i \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\leftarrow \begin{bmatrix} 0.21 + 0.0224i & 0.2 + 0.0141i & 0.21 + 0.0141i \\ 0.2 + 0.0141i & 0.21 + 0.0141i & 0.2 + 0.0141i \\ 0.2 + 0.0141i & 0.19 + 0.0224i & 0.2 + 0.0141i \\ 0.19 + 0.0255i & 0.195 + 0.0255i & 0.2 + 0.0269i \\ 0.2 + 0.0141i & 0.2 + 0.0141i & 0.19 + 0.0141i \end{bmatrix}.$$

为了便于与文献[1]和文献[2]提出的区间数转换联系数方法进行对比,使用文献[1]提出的三元区间数转换方法和文献[2]提出的二元区间数转换方法对矩阵 A 进行转换,获得的二元联系数表示矩阵为

$$A^{[1-2]} = \begin{bmatrix} 0.19 + 0.04i & 0.20 + 0.02i & 0.20 + 0.02i \\ 0.21 + 0.04i & 0.20 + 0.02i & 0.20 + 0.02i \\ 0.20 + 0.03i & 0.19 + 0.02i & 0.20 + 0.03i \rightarrow \\ 0.18 + 0.03i & 0.19 + 0.02i & 0.18 + 0.02i \\ 0.20 + 0.04i & 0.20 + 0.02i & 0.20 + 0.03i \\ \\ 0.21 + 0.03i & 0.20 + 0.02i & 0.21 + 0.02i \\ 0.20 + 0.02i & 0.21 + 0.02i & 0.20 + 0.02i \\ \leftarrow 0.20 + 0.02i & 0.19 + 0.03i & 0.20 + 0.02i \\ 0.18 + 0.03i & 0.18 + 0.03i & 0.19 + 0.02i \\ 0.20 + 0.02i & 0.20 + 0.02i & 0.19 + 0.02i \end{bmatrix}.$$

将矩阵 A' 与 $A^{[1-2]}$ 对比后发现, A' 在二元区间数转换为二元联系数时,同一度较 $A^{[1-2]}$ (文献[2]提出的方法)的值大, A' 在三元区间数转换为二元联系数时,差异度较 $A^{[1-2]}$ (文献[1]提出的方法)的值小,说明本文所提出的转换方法在保证可信前提下将模糊信息中的确定性增大,不确定性减小,更具有合理性和实用性.

step 3: 计算准则的正负理想解.

根据式(4)和(5)求得准则的正理想解 μ_{pq}^+ 和负理想解 μ_{pq}^- 分别为

$$\mu_{pq}^+ = [0.21 + 0.0283i \quad 0.2 + 0.0269i \quad 0.21 + 0.0255i \rightarrow \leftarrow 0.21 + 0.0255i \quad 0.21 + 0.0255i \quad 0.21 + 0.0269i],$$

$$\mu_{pq}^- = [0.19 + 0.0141i \quad 0.19 + 0.0141i \quad 0.19 + 0.0141i \rightarrow \leftarrow 0.19 + 0.0141i \quad 0.19 + 0.0141i \quad 0.19 + 0.0141i].$$

step 4: 计算各方案与理想解之间的距离.

本文提出的计算准则正负理想解的方法中需要用到准则权重,按文献[3]提出的方法对准则权重进行处理,得到准则权重向量为

$$W =$$

$$[0.1478 \quad 0.1021 \quad 0.2532 \quad 0.1063 \quad 0.2057 \quad 0.1586]^T.$$

根据式(6)和(7),计算方案与理想解之间的距离为

$$D_1^+ = 0.009869, D_1^- = 0.009507,$$

$$D_2^+ = 0.008515, D_2^- = 0.010068,$$

$$D_3^+ = 0.009639, D_3^- = 0.008221,$$

$$D_4^+ = 0.010341, D_4^- = 0.008859,$$

$$D_5^+ = 0.010074, D_5^- = 0.007284.$$

step 5: 计算各方案与理想解的相对贴近度.

根据式(8),计算方案与理想解间的相对贴近度为

$$C_1 = 0.490652, C_2 = 0.541788, C_3 = 0.460295,$$

$$C_4 = 0.461403, C_5 = 0.419648.$$

按照相对贴近度越大方案越优的原则对方案进行排序,得到 $C_2 > C_1 > C_4 > C_3 > C_5$,因此,方案排序结果为 $S_2 > S_1 > S_4 > S_3 > S_5$.

将该方案排序结果与文献[1]、文献[27]和经典 TOPSIS 法对文献[1]实例所求结果进行比较.由于文献[1]中的实例使用三角模糊数来表示候选方案属性值,而经典 TOPSIS 法是使用确定数值来表示候选方案属性值,这里取三角模糊数的偏好值作为经典 TOPSIS 法的方案属性值.

需要注意的是,文献[1]、文献[27]、经典 TOPSIS 法与本文得到的排序结果有所差异,4种方法得到的排序结果如表1所示.

表 1 4种排序方法结果对比

方法	排序结果
本文	$S_2 > S_1 > S_4 > S_3 > S_5$
文献[1]	$S_2 > S_1 > S_5 > S_3 > S_4$
文献[27]	$S_2 > S_5 > S_3 > S_1 > S_4$
经典 TOPSIS	$S_2 > S_1 > S_3 > S_4 > S_5$

4种方法的最优方案相同,均为 S_2 . 本文与文献[1]的排序结果 S_4 和 S_5 两方案顺序不同,通过分析发现:文献[1]和文献[27]中的 S_4 准则值用三元区间数描述;本文为了验证所提出的区间数-联系数转换方法,将原 S_4 准则值中的偏好值删除,将其变为二元区间数,修改后的 S_4 有两项准则值的偏好值增加,即 S_4 准则值的确定性部分增大,导致 S_4 的排序结果略优于 S_5 . 本文与经典 TOPSIS 法最优方案和最劣方案排序结果相同,仅第3、第4位排序结果不同,这是由于本文所提出方法在求解正负理想解和距离时考虑了联系数的同一度和差异度.

考虑到 S_4 准则值略有修改,将方案 S_4 剔除,分析文献[27]与本文方案排序的差异,主要在于 S_1 与 S_5 之间的顺序.对 S_1 和 S_5 的准则值加以对比分析,如表2所示.

表2 准则值对比

方案	处理后的准则值		
S_1	$0.19 + 0.04i$	$0.20 + 0.02i$	$0.20 + 0.02i$
S_5	$0.20 + 0.04i$	$0.20 + 0.02i$	$0.20 + 0.03i$
同一度对比结果	S_5 同一度较大	相同	相同

方案	处理后的准则值		
S_1	$0.21 + 0.03i$	$0.20 + 0.02i$	$0.21 + 0.02i$
S_5	$0.20 + 0.02i$	$0.20 + 0.02i$	$0.19 + 0.02i$
同一度对比结果	S_1 同一度较大	相同	S_1 同一度较大

差异度为不确定性,变化大,不易对比.将 S_1 和 S_5 准则值中的同一度,即确定性进行对比分析,从表2中可以看出, S_1 有两项同一度较大,而 S_5 只有一项,其他项两方案的同一度相同, S_1 的排序优于 S_5 有其合理性,因此,方案排序结果 $S_2 > S_1 > S_4 > S_3 > S_5$ 合理.

为了更好地论述本文所提出的决策模型在实际应用中的有效性,以机床切削用量的评价为例进行说明.某制造厂加工一批轴承,在对其加工工艺、加工设备等资源进行考量后,提出4种加工方案 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 ,制定了6项评估准则对方案的机床切削用量进行评价.6项评估准则分别为:对零件生产率的影响(P_1)、对零件精度及表面粗糙度的影响(P_2)、对刀具耐用度的影响(P_3)、对人工成本的影响(P_4)、对能源消耗的影响(P_5)、对环境污染的影响(P_6).首先,将原有的加工经验数据与专家打分相结合,得到决策矩阵和准则权重;然后,依据效益型准则和成本型准则进行规范化处理,得到规范化后的决策矩阵 A 和准则权重 W 为

$$A = \begin{bmatrix} [0.84, 0.87, 0.89] & [0.90, 0.92, 0.95] & [0.89, 0.92, 0.93] \\ [0.89, 0.95] & [0.91, 0.96] & [0.88, 0.93] \\ [0.93, 0.96] & [0.91, 0.94] & [0.87, 0.93] \\ [0.89, 0.93, 0.95] & [0.86, 0.88, 0.91] & [0.90, 0.92, 0.93] \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} [0.85, 0.88, 0.90] & [0.91, 0.93, 0.97] & [0.91, 0.95, 0.97] \\ [0.92, 0.95] & [0.91, 0.93] & [0.92, 0.94] \\ [0.88, 0.91] & [0.95, 0.97] & [0.93, 0.96] \\ [0.94, 0.95, 0.98] & [0.90, 0.93, 0.96] & [0.84, 0.87, 0.91] \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} [0.05, 0.09, 0.16] \\ [0.12, 0.16, 0.21] \\ [0.13, 0.17, 0.20] \\ [0.16, 0.19, 0.23] \\ [0.09, 0.14, 0.19] \\ [0.15, 0.20, 0.25] \end{bmatrix}$$

将决策矩阵 A 转换后得到二元联系数矩阵

$$A' = \begin{bmatrix} 0.87 + 0.0361i & 0.92 + 0.0361i & 0.92 + 0.0316i \\ 0.92 + 0.0424i & 0.935 + 0.0354i & 0.905 + 0.0354i \\ 0.945 + 0.0212i & 0.925 + 0.0212i & 0.9 + 0.0424i \\ 0.93 + 0.0447i & 0.88 + 0.0361i & 0.92 + 0.0224i \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0.88 + 0.0361i & 0.93 + 0.0447i & 0.95 + 0.0447i \\ 0.935 + 0.0212i & 0.92 + 0.0141i & 0.93 + 0.0141i \\ 0.895 + 0.0212i & 0.96 + 0.0141i & 0.945 + 0.0212i \\ 0.95 + 0.0316i & 0.93 + 0.0424i & 0.87 + 0.05i \end{bmatrix}$$

准则的正理想解 μ_{pq}^+ 和负理想解 μ_{pq}^- 为

$$\mu_{pq}^+ = [0.945 + 0.0447i \quad 0.935 + 0.0361i \quad 0.92 + 0.0424i \rightarrow \leftarrow 0.95 + 0.0361i \quad 0.96 + 0.0447i \quad 0.95 + 0.0447i],$$

$$\mu_{pq}^- = [0.87 + 0.0212i \quad 0.88 + 0.0212i \quad 0.9 + 0.0224i \rightarrow \leftarrow 0.88 + 0.0212i \quad 0.92 + 0.0141i \quad 0.87 + 0.0141i].$$

4种加工方案与理想解之间的距离为

$$D_1^+ = 0.009512, D_1^- = 0.008721,$$

$$D_2^+ = 0.009368, D_2^- = 0.010121,$$

$$D_3^+ = 0.010617, D_3^- = 0.009942,$$

$$D_4^+ = 0.009871, D_4^- = 0.009107.$$

4种加工方案与理想解的相对贴近度为

$$C_1 = 0.478309, C_2 = 0.519313,$$

$$C_3 = 0.483584, C_4 = 0.479871.$$

由于 $C_2 > C_3 > C_4 > C_1$,得到4种加工方案机床切削用量评价的排序结果为 $S_2 > S_3 > S_4 > S_1$,因此,在加工轴承时应选择方案 S_2 的机床切削用量.

4 结论

本文在借鉴文献[1-3, 7-8, 15, 22-27]的基础上,给出了一种二元、三元区间数向二元联系数转换的方法;并基于此,提出了一类改进的TOPSIS决策模型.该模型的思路清晰,易于实现,具有一定的实际应

用价值。但是,针对二元联系数中的取值问题,本文仅给出了一个能防止区间数出现上下限溢出的相对范围,并未就其适应性进行求证。另外,改进的TOPSIS决策模型中的准则的正负理想解取的是全最大值和全最小值,是否具有实用性仍有待于今后在应用过程中不断进行研究、完善和修正。

参考文献(References)

- [1] 刘秀梅, 赵克勤, 王传斌. 基于联系数的三角模糊数多属性决策新模型[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(10): 2399-2403.
(Liu X M, Zhao K Q, Wang C B. New multiple attribute decision-making model with triangular fuzzy numbers based on connection numbers[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(10): 2399-2403.)
- [2] 刘秀梅, 赵克勤. 基于联系数的区间数多属性决策非线性模型及应用[J]. 数学的实践与认识, 2011, 41(6): 57-63.
(Liu X M, Zhao K Q. Connection-number-based nonlinearity model and its application for multiple attributes decision-making with interval numbers[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2011, 41(6): 57-63.)
- [3] 汪新凡, 王坚强, 杨小娟. 基于二元联系数的信息不完全的群决策方法[J]. 管理工程学报, 2014, 28(1): 202-208.
(Wang X F, Wang J Q, Yang X J. Group decision making approaches based on binary connection number with incomplete information[J]. Journal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2014, 28(1): 202-208.)
- [4] Ayodele T R, Ogunjuyigbe A S O, Odigie O, et al. A multi-criteria GIS based model for wind farm site selection using interval type-2 fuzzy analytic hierarchy process: The case study of Nigeria[J]. Applied Energy, 2018, 23(1): 228-235.
- [5] Frumen Olivas, Fevrier Valdez, Patricia Melin, et al. Interval type-2 fuzzy logic for dynamic parameter adaptation in a modified gravitational search algorithm[J]. Information Sciences, 2019, 3(1): 476-481.
- [6] Dai Jianhua, Liu Zhenbo, Hu Hu, et al. Rough set model for cognitive expectation embedded interval-valued decision systems[J]. Chinese Journal of Electronics, 2018, 27(4): 675-679.
- [7] Liu Bingsheng, Guo Sijia, Yan Kaijing, et al. Double weight determination method for experts of complex multi-attribute large-group decision-making in interval-valued intuitionistic fuzzy environment[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2017, 28(1): 88-96.
- [8] Liu Peide, Wang Yumei. Interval neutrosophic prioritized OWA operator and its application to multiple attribute decision making[J]. Journal of Systems Science and Complexity, 2016, 29(3): 681-697.
- [9] 陈岩, 李明月, 曲家杰. 基于区间数信息的群决策逆判方法[J]. 统计与决策, 2018, 34(18): 95-97.
(Chen Y, Li M Y, Qu J J. Group decision inversion method based on interval number information[J]. Statistics and Decision, 2018, 34(18): 95-97.)
- [10] 赵克勤. 集对分析及其初步应用[J]. 大自然探索, 1994, 13(1): 67-72.
(Zhao K Q. Set pair analysis and its preliminary application[J]. Exploration of Nature, 1994, 13(1): 67-72.)
- [11] 赵克勤. 基于集对分析的不确定性多属性决策模型与算法[J]. 智能系统学报, 2010, 5(1): 108-119.
(Zhao K Q. Decision making algorithm based on set pair analysis for use when facing multiple uncertain attributes[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2010, 5(1): 108-119.)
- [12] 江文奇, 王晨晨, 尚优, 等. 基于二元联系数的区间直觉模糊数多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2017, 32(10): 1849-1854.
(Jiang W Q, Wang C C, Shang Y, et al. Method of interval-valued intuitionistic fuzzy multiple attribute decision making based on binary connection number[J]. Control and Decision, 2017, 32(10): 1849-1854.)
- [13] 钱吴永, 董扬兵. 基于改进向量相似度的区间数动态多指标决策模型及应用[J]. 控制与决策, 2019, 34(1): 25-30.
(Qian W Y, Dong Y B. Dynamic multi-attribute decision-making model and application with interval number based on improved vector similarity[J]. Control and Decision, 2019, 34(1): 25-30.)
- [14] 陆广地, 吴陈. 基于联系数伴随函数的区间数多属性决策[J]. 模糊系统与数学, 2018, 32(1): 182-190.
(Lu G D, Wu C. Interval number multiple-attribute decision-making based on adjoint functions of connection number[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2018, 32(1): 182-190.)
- [15] 张美璟, 王应明, 陈圣群, 等. 考虑偏好反转的区间不确定多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2016, 31(11): 2019-2024.
(Zhang M J, Wang Y M, Chen S Q, et al. Approach for multiple attribute decision making under interval uncertainty considering preference reversal[J]. Control and Decision, 2016, 31(11): 2019-2024.)
- [16] 李德清, 韩国柱, 曾文艺, 等. 基于布尔矩阵的区间数排序方法[J]. 控制与决策, 2016, 31(4): 629-634.

- (Li D Q, Han G Z, Zeng W Y, et al. Ranking method of interval numbers based on Boolean matrix[J]. Control and Decision, 2016, 31(4): 629-634.)
- [17] 刘人境, 高曦含, 张光军. 基于灰熵模型的区间型指标和权重的不确定多属性决策方法及其应用研究[J]. 控制与决策, 2019, 34(1): 1-11.
(Liu R J, Gao X H, Zhang G J. Research on the uncertain multi-attribute decision making methods and application based on grey entropy model with interval-type attribute values and weights[J]. Control and Decision, 2019, 34(1): 1-11.)
- [18] 高明美, 孙涛, 朱建军. 基于改进熵和新得分函数的区间直觉模糊多属性决策[J]. 控制与决策, 2016, 31(10): 1757-1764.
(Gao M M, Sun T, Zhu J J. Interval-valued intuitionistic fuzzy multiple attribute decision-making method based on revised fuzzy entropy and new scoring function[J]. Control and Decision, 2016, 31(10): 1757-1764.)
- [19] 潘显兵. 区间数型多属性决策正交投影模型及其应用[J]. 数学的实践与认识, 2018, 48(2): 134-141.
(Pan X B. A orthogonal projection model for multi-attribute decision making with intervals and its application[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2018, 48(2): 134-141.)
- [20] 马金山. 指标及权重均为混合数据类型的广义灰靶决策方法[J]. 统计与决策, 2018, 34(7): 58-61.
(Ma J S. Generalized grey target decision making method with mixed data types of indicators and weights[J]. Statistics and Decision, 2018, 34(7): 58-61.)
- [21] 陆广地. 基于联系数几何特性的区间数多属性决策[J]. 数学的实践与认识, 2017, 47(18): 194-200.
(Lu G D. Interval multiple attribute decision making based on geometric properties of connection number[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2017, 47(18): 194-200.)
- [22] 刘秀梅, 赵克勤. 基于联系数的准则权重未知的三角模糊数多属性决策[J]. 模糊系统与数学, 2017, 31(2): 95-106.
(Liu X M, Zhao K Q. Triangular fuzzy number multi-attribute decision-making with the attribute weight unknown based on connection number[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2017, 31(2): 95-106.)
- [23] 金卫雄, 刘秀梅, 赵克勤. 基于联系数的定性定量混合多属性区间数决策[J]. 数学的实践与认识, 2014, 44(16): 166-173.
(Jin W X, Liu X M, Zhao K Q. Multiple attribute decision-making with the interval number and with the hybrid qualitative and quantitative based on the connection number[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2014, 44(16): 166-173.)
- [24] 汪新凡, 王坚强, 杨恶恶. 基于二元联系数集结算子的多准则群决策方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(11): 1630-1636.
(Wang X F, Wang J Q, Yang W E. Multiple criteria group decision making method based on binary connection number aggregation operators[J]. Control and Decision, 2013, 28(11): 1630-1636.)
- [25] 汪新凡, 肖满生. 基于正态分布区间数的信息不完全的群决策方法[J]. 控制与决策, 2010, 25(10): 1494-1498.
(Wang X F, Xiao M S. Approach of group decision making based on normal distribution interval number with incomplete information[J]. Control and Decision, 2010, 25(10): 1494-1498.)
- [26] 徐选华, 蔡晨光, 陈晓红. 基于区间模糊数的多阶段冲突型大群体应急决策方法[J]. 运筹与管理, 2015, 24(4): 9-15.
(Xu X H, Cai C G, Chen X H. A multi-stage conflict style large group decision-making emergency method based on interval fuzzy number[J]. Operations Research and Management Science, 2015, 24(4): 9-15.)
- [27] 许叶军, 达庆利. 基于理想点的三角模糊数多指标决策法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(9): 1469-1471.
(Xu Y J, Da Q L. Method for triangular fuzzy number multiple attribute decision making based on ideal solution[J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(9): 1469-1471.)

作者简介

贺颖(1979—), 女, 博士生, 从事复杂机械产品设计、仿真与评估系统的研究, E-mail: kirsty1012@163.com;

赵罡(1972—), 男, 教授, 博士生导师, 从事计算机辅助设计及制造、虚拟现实技术与应用、飞机装配等研究, E-mail: zhaog@buaa.edu.cn;

修睿(1993—), 女, 工程师, 硕士生, 从事控制科学与工程、导航、制导与控制的研究, E-mail: xiurui2012@163.com.

(责任编辑: 李君玲)