

# 控制与决策

Control and Decision

## 考虑攻击角度和视场角约束的自适应终端滑模制导律

李晓宝, 赵国荣, 刘帅, 温家鑫

引用本文:

李晓宝, 赵国荣, 刘帅, 等. 考虑攻击角度和视场角约束的自适应终端滑模制导律[J]. *控制与决策*, 2020, 35(10): 2336–2344.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0058>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 带攻击角度约束的非奇异终端滑模固定时间收敛制导律

Nonsingular terminal sliding mode based impact angle constraint guidance law with fixed-time convergence

*控制与决策*. 2020, 35(2): 474–482 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0443>

### 侧窗探测动能拦截器轨控有限时间收敛制导律

Finite-time convergence guidance law of side windows detection kinetic kill vehicle with orbit control in terminal

*控制与决策*. 2019, 34(5): 973–980 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.1481>

### 考虑终端角度约束的自适应积分滑模制导律

Adaptive integral sliding mode guidance law considering impact angle constraint

*控制与决策*. 2017, 32(11): 1966–1972 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.1167>

### 基于Nussbaum增益滑模自适应控制的导弹制导控制一体化设计

Integrated guidance and control of missile based on Nussbaum gain adaptive sliding mode control method

*控制与决策*. 2017, 32(1): 93–99 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.1601>

### 考虑导弹自动驾驶仪动态特性的带攻击角度约束制导律

Impact angle guidance law considering missile's dynamics of autopilot

*控制与决策*. 2015(4): 585–592 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0281>

# 考虑攻击角度和视场角约束的自适应终端滑模制导律

李晓宝<sup>1†</sup>, 赵国荣<sup>2</sup>, 刘 帅<sup>1</sup>, 温家鑫<sup>1</sup>

(1. 海军航空大学 岸防兵学院, 山东 烟台 264001; 2. 海军航空大学 参谋部, 山东 烟台 264001)

**摘要:** 针对导弹拦截机动目标的末制导问题, 基于有限时间滑模控制理论设计一种带有攻击角度和导弹视场角约束的制导律. 首先, 将导弹末制导问题转化为带有状态约束的制导系统稳定问题, 设计一种新型的非奇异终端滑模面和时变的障碍 Lyapunov 函数, 给出一种终端滑模制导律的设计方法, 并针对目标机动的不确定性设计一种对目标机动上界的自适应估计; 然后, 通过稳定性理论证明制导系统的状态变量最终是有限时间收敛的, 并且结合时变的障碍 Lyapunov 函数和滑模面的设计特性证明在末制导过程中视场角约束条件始终不会被违背, 相比于现有的考虑视场角约束的制导律, 该制导律不存在指令转换, 能够加快制导系统收敛速率, 增强制导系统的抗干扰能力; 最后, 通过仿真实验验证所提出制导方法的有效性.

**关键词:** 制导律; 攻击角度约束; 视场角约束; 非奇异终端滑模; 障碍 Lyapunov 函数; 有限时间收敛; 自适应控制

中图分类号: V448.133

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.0058

引用格式: 李晓宝, 赵国荣, 刘帅, 等. 考虑攻击角度和视场角约束的自适应终端滑模制导律[J]. 控制与决策, 2020, 35(10): 2336-2344.

## Adaptive terminal sliding mode guidance law with impact angle and field-of-view constraints

LI Xiao-bao<sup>1†</sup>, ZHAO Guo-rong<sup>2</sup>, LIU Shuai<sup>1</sup>, WEN Jia-xin<sup>1</sup>

(1. School of Coast Defence, Naval Aviation University, Yantai 264001, China; 2. University Staff, Naval Aviation University, Yantai 264001, China)

**Abstract:** To solve the terminal guidance problem of missiles intercepting maneuvering targets, a guidance law with impact angle and field-of-view constraints is designed based on the finite-time sliding mode control theory. Firstly, the terminal guidance problem is transformed into the stability problem of the guidance system with state constraints. And, a new nonsingular terminal sliding mode surface and a time-varying barrier Lyapunov function are given, and a terminal sliding mode guidance law is proposed. In addition, an adaptive estimation of the upper bound of the target acceleration is designed for the uncertainty of the target maneuver. Then, the stability theory proves that the state variables of the guidance system are finally finite-time convergence, and field-of-view constraint will not be violated in the whole guidance process based on the design characteristics of the time-varying barrier Lyapunov function and sliding mode surface. Compared with the existing guidance laws considering field-of-view constraint, the guidance law has no command conversion, which can accelerate the convergence rate of the guidance system and enhance the robustness of the guidance system. Finally, simulation experiments verify the effectiveness of the guidance method.

**Keywords:** guidance law; impact angle constraint; field-of-view angle constraint; nonsingular terminal sliding mode; barrier Lyapunov function; finite-time convergence; adaptive control

## 0 引 言

导弹末制导能够使得导弹对目标进行精确打击, 为使毁伤效果最大化, 通常需要导弹在命中目标时具有特定的攻击角度. 针对攻击角度约束的末制导问题, 采用的制导方法包括带有偏置项的比例导引<sup>[1]</sup>、基于最优控制理论的制导律<sup>[2-3]</sup>、 $H_\infty$  制导律<sup>[4]</sup> 以及

微分对策制导律<sup>[5]</sup>.

滑模控制因其对系统不确定性和外部干扰具有较强的鲁棒性, 近年来已广泛应用于制导律的设计中<sup>[6]</sup>. 带有攻击角度的终端滑模制导律通过引入非线性的终端滑模面能够使得制导系统在有限时间内收敛, 提高了制导性能<sup>[7]</sup>. 针对终端滑模面存在的奇异

收稿日期: 2019-01-11; 修回日期: 2019-05-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61473306).

责任编辑: 徐胜元.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: lixiaobaohjhy@163.com.

性问题,文献[8]在终端滑模面临近奇异区域时设计了转换滑模面.文献[9]设计了一种快速非奇异终端滑模面,不仅避免了奇异问题而且提高了制导系统的收敛速率.

为了满足期望的攻击角度需求,导弹弹道通常比较弯曲,导致目标超出导弹的导引头视场范围,使得导弹导引头丢失跟踪的目标,在末制导过程中随着弹目相对距离的不断减小,这种问题更加容易发生.因此,导弹末制导律在研究攻击角度约束的同时需要考虑导视场角约束.针对此类问题,文献[10]设计了一种偏置比例导引制导律,针对偏置项进行三阶段改进以使得导弹满足攻击角度和视场角的约束;文献[11]设计了一种带攻击角度的终端滑模制导律,在此基础上引入一个视场角约束项,当视场角大于预先设定的阈值时,启动视场角约束项来锁定视场角的值.文献[10-11]的制导方法在设计过程中均采用逻辑转换的制导策略限制视场角约束,使得制导律存在指令转换的问题.文献[12]提出了一种通过改变初始弹目视线(line of sight, LOS)角或放松攻击角度约束条件的方式以满足导引头视场角约束的制导方法,因为其视场角取值范围受其他条件约束而降低了制导律的适用范围.文献[13]基于滑模控制理论,设计一种大小受限的符号函数制导律,以满足攻击角度和视场角约束,但文献[12-13]只适用于静止目标.视场角约束问题可以转化为状态受限的控制问题,文献[14]结合积分型障碍 Lyapunov 函数,设计了一种新型滑模制导律,但所设计的滑模面不能确保制导系统状态变量是有限时间收敛的.文献[15]在导引控制一体化设计中同样采用积分型障碍 Lyapunov 函数考虑视场角的约束问题,但是没有对攻击角度进行约束,且文献[14-15]中积分项的引入使得制导律求解过程较为困难,得出的制导律形式复杂.

本文设计一种新型的自适应终端滑模制导律,使得导弹在拦截机动目标的过程中能够同时满足终端攻击角度和导弹视场角约束.首先,通过将视场角约束转化为弹目视线法向上的弹目相对速度约束,建立了导弹末制导的状态受限非线性运动模型,使得制导律在设计过程中能够同时考虑攻击角度和视场角约束,不存在逻辑转换的问题;然后,设计一种新型的非奇异终端滑模面,不仅能保证制导系统状态变量在滑模面上有限时间收敛,加快收敛速率,而且通过合理的设计限定了滑模面上受限状态变量的取值范围,以保证视场角约束始终不会被违背;接着,设计了一种结构简单的时变障碍 Lyapunov 函数,通过 Lyapunov

稳定性理论证明了所设计的制导律能够使得制导系统状态变量在有限时间内收敛到滑模面上,根据障碍 Lyapunov 函数的性质确保了系统状态变量始终受到约束,并针对目标机动引起的外部扰动,设计了一种目标机动上界的自适应律,使得制导律无需事先知道目标的机动信息;最后通过仿真验证了该制导律在不同的攻击角度和视场角约束要求下均能够使导弹准确地命中目标,通过与现有制导律的对比,该制导律使导弹制导时间短,弹目视线角收敛速率快.

## 1 问题描述和基础知识

### 1.1 问题描述

导弹末制导的运动关系如图 1 所示.假定导弹和目标速度  $V_M$ 、 $V_T$  恒定,  $r$ 、 $q$  为导弹与目标之间的相对距离和 LOS 角,  $a_M$ 、 $a_T$  为导弹和目标的法向加速度,  $\varphi_M$ 、 $\varphi_T$  为导弹和目标的前置角,  $\gamma_M$ 、 $\gamma_T$  为导弹和目标的航迹角.制导系统的运动学关系可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{r} &= V_T \cos \varphi_T - V_M \cos \varphi_M, \\ r\dot{q} &= V_T \sin \varphi_T - V_M \sin \varphi_M, \\ \varphi_M &= \gamma_M - q, \\ \varphi_T &= \gamma_T - q, \\ \dot{\gamma}_M &= \frac{a_M}{V_M}, \quad \dot{\gamma}_T = \frac{a_T}{V_T}. \end{aligned} \quad (1)$$

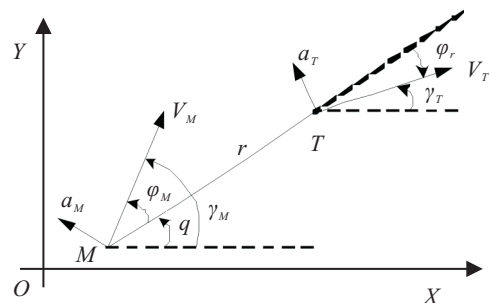


图 1 导弹和目标之间的运动关系

$V_q = r\dot{q}$  表示弹目相对速度在垂直于弹目视线方向的分量,对其求关于时间  $t$  的一阶导数可以得到

$$\dot{V}_q = -\frac{\dot{r}}{r}V_q - a_M \cos \varphi_M + d, \quad (2)$$

其中  $d = a_T \cos \varphi_T$ .

**假设 1**  $d$  可以看作是目标机动引起的外部干扰,假设  $\Delta \geq 0$  为一常数,表示目标机动  $a_T$  最大值,可知  $|d| \leq \Delta$ .

导弹的终端攻击角度  $\theta_{imp}$  为导弹成功拦截目标时弹目速度之间的夹角,若  $\gamma_{Tf}$ 、 $\gamma_{Mf}$  为导弹和目标的终端航迹角,则  $\theta_{imp} = \gamma_{Tf} - \gamma_{Mf}$ . 导弹终端攻击角度  $\theta_{imp}$  与终端 LOS 角  $q_f$  存在一一对应的关系<sup>[16]</sup>,有

$$q_f = \gamma T_f - \arctan\left(\frac{\sin \theta_{\text{imp}}}{\cos \theta_{\text{imp}} - V_T/V_M}\right). \quad (3)$$

因此,导弹末制导攻击角度 $\theta_{\text{imp}}$ 约束可以转化为终端LOS角 $q_f$ 约束的问题.

假设 $q_d$ 是期望的末制导终端LOS角,定义 $x_1 = q - q_d$ 为LOS角跟踪误差, $x_2 = V_q$ 为弹目视线法向上的弹目相对速度.由式(1)和(2)可得

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{x_2}{r}, \\ \dot{x}_2 &= -\frac{\dot{r}}{r}x_2 - a_M \cos \varphi_M + d. \end{aligned} \quad (4)$$

针对捷联导引头,导弹的视场角定义为弹体速度方向与弹目视线方向的夹角,导弹在末制导过程中攻角可近似为零,因此可用导弹前置角 $\varphi_M$ 表示导弹的视场角.假设导弹允许的最大视场角为 $\varphi_{\max}$ ,本文的目的是通过设计导弹制导指令 $a_M$ 使LOS角跟踪误差 $x_1$ 以及弹目视线法向上的弹目相对速度 $x_2$ 在有限时间内收敛到原点,确保导弹能够以期望的终端LOS角 $q_d$ 准确命中目标,同时末制导过程中满足导弹视场角约束 $|\varphi_M| \leq \varphi_{\max}$ .由式(1)可知 $|\varphi_M| \leq \varphi_{\max}$ 成立的一个充分条件为

$$|x_2| \leq k, \quad (5)$$

其中 $k = V_M \sin \varphi_{\max} - V_T$ .

**假设2** 为使导弹能够顺利拦截目标,假设目标和导弹的速度比 $\nu = \frac{V_T}{V_M} < \sin \varphi_{\max}$ ,此时有 $k > 0$ .

## 1.2 基础知识

**定义1**<sup>[17]</sup> 假设函数 $V(x)$ 是与系统 $\dot{x} = f(x, t)$ 相关且定义在包含原点的开区间 $D$ 上的一类函数,若 $V(x)$ 满足以下性质,则函数 $V(x)$ 称为障碍Lyapunov函数:

- 1) 在定义域 $D$ 内连续可微且正定;
- 2) 当 $x$ 趋于区间 $D$ 的边界时, $V(x) \rightarrow \infty$ ;
- 3) 对于任意时间 $t \geq 0$ 和 $x(t) \in D$ ,均存在一个正常数 $b$ ,使得 $V(x)$ 沿着 $\dot{x} = f(x, t)$ 的解可以得到 $V(x) \leq b$ .

若定义域 $D$ 随时间 $t$ 变化,则函数 $V(x)$ 称为时变的障碍Lyapunov函数.

**引理1**<sup>[18]</sup> 假设存在一个定义在包含原点的区间 $U \in \mathbf{R}^n$ 上的 $D^1$ 光滑正定函数 $V(t)$ ,且 $V(t)$ 满足不等式

$$\dot{V}(t) + aV(t) + bV^\gamma(t) \leq 0. \quad (6)$$

其中: $a, b > 0, 0 < \gamma < 1, t > t_0, t_0$ 为系统初始时间.则 $V(t)$ 能够有限时间收敛到零,且对应的收敛时间 $t_f$ 为

$$t_f \leq t_0 + \frac{1}{a(1-\gamma)} \ln \frac{aV^{1-\gamma}(t_0) + b}{b}. \quad (7)$$

**引理2**<sup>[19]</sup> 假设存在一个定义在包含原点的区间 $U \in \mathbf{R}^n$ 上的 $C^1$ 光滑正定函数 $V(t)$ ,且 $V(t)$ 满足不等式

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda V^\gamma(t). \quad (8)$$

其中: $\lambda > 0, 0 < \gamma < 1, t > t_0, t_0$ 为系统初始时间.则 $V(t)$ 能够有限时间收敛到零,且对应的收敛时间 $t_f$ 为

$$t_f \leq t_0 + \frac{V^{1-\gamma}(t_0)}{\lambda(1-\gamma)}. \quad (9)$$

**引理3**<sup>[20]</sup> 对于任意的 $|\xi| \leq 1$ 和正整数 $p$ ,如下不等式成立:

$$\log \frac{1}{1-\xi^{2p}} < \frac{\xi^{2p}}{1-\xi^{2p}}.$$

**引理4**<sup>[17]</sup> 对于任意的正数 $k$ ,令 $A = \{x \in \mathbf{R} : |x| < k\}$ 和 $B = \mathbf{B}^l \times A \subset \mathbf{R}^{l+1}$ 均为开区间,考虑系统 $\dot{\eta} = h(t, \eta)$ ,其中, $\eta = [\omega, x]^T \in B$ ,函数 $h : \mathbf{R}_+ \times B \rightarrow \mathbf{R}^{l+1}$ 在时间 $t$ 上是分段连续的,且在时间 $t$ 以及定义域 $\mathbf{R}_+ \times B$ 上关于 $x$ 满足局部一致Lipschitz条件.假设存在函数 $U : \mathbf{R}^l \rightarrow \mathbf{R}_+$ 以及 $V_1 : A \rightarrow \mathbf{R}_+$ 在其各自的定义域内连续可微且正定,并满足:当 $|x| \rightarrow k$ 时, $V_1 x \rightarrow \infty; \gamma_1(\|\omega\|) \leq U(\omega) \leq \gamma_2(\|\omega\|)$ ,其中 $\gamma_1$ 和 $\gamma_2$ 为 $K_\infty$ 类函数.对于函数 $V(\eta) = V_1(x) + U(\omega)$ 以及初值 $x(0) \in A$ ,如果不等式

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial \eta} h \leq 0 \quad (10)$$

成立,则对于任意的时间 $t \in [0, \infty)$ ,均有 $x \in A$ .

## 2 自适应终端滑模制导律设计

构造如下滑模面:

$$s = \text{sign}^\gamma x_2 + \alpha(1 - e^{-\beta|x_1|})\text{sign}(x_1). \quad (11)$$

其中: $\alpha = k^\gamma, \text{sign}^\gamma x_2 = |x_2|^\gamma \text{sign}(x_2), \beta > 0, 1 < \gamma < 2$ .符号函数 $\text{sign}(x_1)$ 和 $\text{sign}(x_2)$ 在滑模面(11)中默认为常值 $-1$ 或 $1$ ,不影响对滑模面导数的求解,因此对式(11)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \gamma \|x_2\|^{\gamma-1} \left( -\frac{\dot{r}}{r}x_2 - a_M \cos \varphi_M + d \right) + \\ &\quad \frac{\alpha\beta}{r} e^{-\beta|x_1|} x_2. \end{aligned} \quad (12)$$

设计制导律

$$\begin{aligned} a_M &= \frac{1}{\cos \varphi_M} \left[ -\frac{\dot{r}}{r}x_2 + \sigma \hat{\Delta} \text{sign}(s) = \right. \\ &\quad \left. \frac{\alpha\beta e^{-\beta|x_1|}}{\gamma r} |x_2|^{2-\gamma} \text{sign}(x_2) \cdot \right. \\ &\quad \left. \left( 1 - \frac{|s|}{\alpha + \alpha(1 - e^{-\beta|x_1|})\text{sign}(x_1)\text{sign}(s)} \right) + \right. \\ &\quad \left. k_1 s + k_2 \text{sign}^{\gamma_1} s \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

其中: $k_1, k_2 > 0; \sigma > 1; 0 < \gamma_1 < 1; \hat{\Delta}$ 定义为对目标

机动  $a_T$  的最大值  $\Delta$  的自适应估计, 其自适应律为

$$\dot{\hat{\Delta}} = \sigma \varphi(x_1, x_2, s), \quad \hat{\Delta}(0) > 0, \quad (14)$$

$\varphi(x_1, x_2, s) = \frac{\gamma |s|^{2p-1} |x_2|^{\gamma-1}}{(1 - \xi^{2p})(\alpha + g \text{sign}(s))^{2p}}$ ,  $\xi$  定义见后文.

**定理 1** 对于制导系统 (4), 若采用本文构造的滑模面 (11), 制导指令  $a_M$  设计为式 (13), 并且制导系统 (4) 的状态变量  $x_2$  满足约束条件  $|x_2| < k$ , 则有如下结论成立:

- 1) 滑模变量  $s$  和估计误差  $\tilde{\Delta} = \Delta - \hat{\Delta}$  均有界;
- 2) 滑模变量  $s$  有限时间内收敛到零;
- 3) 制导系统 (4) 的状态变量  $x_1, x_2$  在导弹拦截目标前能够有限时间内收敛到 0.

**证明**

1) 考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V = \Phi(s) + \frac{1}{2} \tilde{\Delta}^2. \quad (15)$$

其中: 时变障碍 Lyapunov 函数

$$\Phi(s) = \frac{1}{2p} \log \frac{[\alpha + g \text{sign}(s)]^{2p}}{[\alpha + g \text{sign}(s)]^{2p} - s^{2p}},$$

$$g = \alpha(1 - e^{-\beta|x_1|}) \text{sign}(x_1),$$

$p$  为正整数. 可知,  $\alpha + g \text{sign}(s) > 0$ . 令

$$\xi = \frac{s}{\alpha + g \text{sign}(s)},$$

$\Phi(s)$  可转化为

$$\Phi(s) = \frac{1}{2p} \log \frac{1}{1 - \xi^{2p}}. \quad (16)$$

因为  $|x_2| < k$ , 由式 (11) 可知  $|s| < \alpha + g \text{sign}(s)$ , 所以  $|\xi| < 1$ . 对  $\Phi(s)$  求导可得

$$\dot{\Phi} = \frac{\xi^{2p-1}}{1 - \xi^{2p}} \dot{\xi} = \frac{\xi^{2p-1}}{(1 - \xi^{2p})(\alpha + g \text{sign}(s))} \left[ \dot{s} - \frac{\dot{g}|s|}{\alpha + g \text{sign}(s)} \right]. \quad (17)$$

将制导律 (13) 代入 (17), 得到

$$\dot{\Phi} = \frac{\gamma \xi^{2p-1} |x_2|^{\gamma-1}}{(1 - \xi^{2p})(\alpha + g \text{sign}(s))} (d - \sigma \hat{\Delta} \text{sign}(s) - k_1 s - k_2 \text{sign}^{\gamma_1} s). \quad (18)$$

由式 (14) 和 (18), Lyapunov 函数  $V$  的导数可以写为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\Phi} + \tilde{\Delta} \dot{\tilde{\Delta}} = \\ &= \frac{\gamma \xi^{2p-1} |x_2|^{\gamma-1}}{(1 - \xi^{2p})(\alpha + g \text{sign}(s))} (d - \sigma \hat{\Delta} \text{sign}(s) - k_1 s - k_2 \text{sign}^{\gamma_1} s) - \sigma \varphi(x_1, x_2, s) \tilde{\Delta} = \\ &= \frac{\gamma |x_2|^{\gamma-1}}{(1 - \xi^{2p})(\alpha + g \text{sign}(s))^{2p}} (d s^{2p-1} - \sigma \hat{\Delta} |s|^{2p-1} - k_1 s^{2p} - k_2 |s|^{2p-1+\gamma_1}) - \sigma \Delta |s|^{2p-1} + \sigma \hat{\Delta} |s|^{2p-1} \leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\varphi(x_1, x_2, s) [\Delta(1 - \sigma)] - \\ &\frac{\gamma |x_2|^{\gamma-1} (k_1 s^{2p} + k_2 |s|^{2p-1+\gamma_1})}{(1 - \xi^{2p})(\alpha + g \text{sign}(s))^{2p}} \leq \\ &= \frac{\gamma |x_2|^{\gamma-1}}{(1 - \xi^{2p})(\alpha + g \text{sign}(s))^{2p}} (k_1 s^{2p} + k_2 |s|^{2p-1+\gamma_1}). \end{aligned} \quad (19)$$

因为  $\dot{V} \leq 0$ , 所以  $V$  是有界的, 滑模变量  $s$  和估计误差  $\tilde{\Delta} = \Delta - \hat{\Delta}$  均是有界的.

2) 考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \Phi(s). \quad (20)$$

对 Lyapunov 函数  $V_1$  求导, 代入式 (18), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{\Phi}(s) = \\ &= \frac{\gamma \xi^{2p-1} |x_2|^{\gamma-1}}{(1 - \xi^{2p})(\alpha + g \text{sign}(s))} (d - \sigma \hat{\Delta} \text{sign}(s) - k_1 s - k_2 \text{sign}^{\gamma_1} s) \leq \\ &= \frac{\gamma |x_2|^{\gamma-1} |s|^{2p-1}}{(1 - \xi^{2p})(\alpha + g \text{sign}(s))^{2p}} (\Delta - \sigma \hat{\Delta}) - \\ &= \frac{\gamma \xi^{2p-1} |x_2|^{\gamma-1}}{(1 - \xi^{2p})(\alpha + g \text{sign}(s))} (k_1 s + k_2 \text{sign}^{\gamma_1} s). \end{aligned} \quad (21)$$

因为  $\varphi(x_1, x_2, s) \geq 0$ , 由自适应律 (14) 可知  $\hat{\Delta}(t) \geq \hat{\Delta}(0) > 0$ , 若选取一个足够大的  $\hat{\Delta}(0)$  使得  $\hat{\Delta}(0) \geq |\tilde{\Delta}(0)|$ , 并且  $\sigma$  满足

$$\sigma > 1 + \frac{\sqrt{\hat{\Delta}^2(0) + \eta}}{\hat{\Delta}(0)}, \quad (22)$$

其中  $\eta$  为任意小的正常数, 则

$$\begin{aligned} \Delta - \sigma \hat{\Delta} &\leq \Delta - \hat{\Delta}(0) - \sqrt{\hat{\Delta}^2(0) + \eta} \leq \\ &= |\tilde{\Delta}(0)| - \sqrt{\hat{\Delta}^2(0) + \eta} \leq \\ &= \hat{\Delta}(0) - \sqrt{\hat{\Delta}^2(0) + \eta} \leq 0. \end{aligned} \quad (23)$$

由引理 3 可知  $\frac{\xi^{2p}}{1 - \xi^{2p}} > 2p\Phi(s)$ , 因此由式 (21) 和 (23) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq \\ &= \frac{\gamma \xi^{2p-1} |x_2|^{\gamma-1}}{(1 - \xi^{2p})(\alpha + g \text{sign}(s))} (k_1 s + k_2 \text{sign}^{\gamma_1} s) \leq \\ &= \gamma |x_2|^{\gamma-1} \left[ \frac{k_1 \xi^{2p}}{1 - \xi^{2p}} + k_2 \left( \frac{\xi^{2p}}{1 - \xi^{2p}} \right)^{\frac{2p-1+\gamma_1}{2p}} \times \right. \\ &= (1 - \xi^{2p})^{\frac{\gamma_1-1}{2p}} (\alpha + g \text{sign}(s))^{\gamma_1-1} \left. \right] \leq \\ &= 2p\gamma |x_2|^{\gamma-1} \left[ k_1 \Phi(s) + k_2 (2p)^{\frac{\gamma_1-1}{2p}} (1 - \xi^{2p})^{\frac{\gamma_1-1}{2p}} \times \right. \\ &= (\alpha + g \text{sign}(s))^{\gamma_1-1} \Phi(s)^{\frac{2p-1+\gamma_1}{2p}} \left. \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

当  $x_2 \neq 0$  时, 由引理 1 可知, 制导系统 (4) 能够在有限时间内收敛到  $s = 0$ . 当  $x_2 = 0$  时, 将制导律 (13) 代入制导系统 (4), 可得

$$\dot{x}_2 = d - \sigma \hat{\Delta} \text{sign}(s) - k_1 s - k_2 \text{sign}^{\gamma_1} s. \quad (25)$$

若  $s > 0$ , 可知

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \\ & d - \sigma \hat{\Delta} - k_1 s - k_2 |s|^{\gamma_1} \leq \\ & \Delta - \sigma \hat{\Delta} - k_1 s - k_2 |s|^{\gamma_1} < 0. \end{aligned} \quad (26)$$

若  $s < 0$ , 可知

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \\ & d + \sigma \hat{\Delta} + k_1 |s| + k_2 |s|^{\gamma_1} \geq \\ & \Delta + \sigma \hat{\Delta} + k_1 |s| + k_2 |s|^{\gamma_1} > 0. \end{aligned} \quad (27)$$

故当  $s \neq 0$  时, 始终有  $\dot{x}_2 \neq 0$ , 即  $x_2 = 0$  不是制导系统在滑模面到达过程中的吸引子, 因此  $x_2 = 0$  并不会影响滑模面  $s$  的有限时间收敛特性.

3) 考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V_2 = \frac{1}{2} x_1^2. \quad (28)$$

当制导系统(4)状态变量  $x_1, x_2$  到达滑模面(11)时, 由  $s = 0$  可知  $x_1 x_2 \leq 0$ , 此时

$$|x_2| = [\alpha(1 - e^{-\beta|x_1|})]^{\frac{1}{\gamma}} = k(1 - e^{-\beta|x_1|})^{\frac{1}{\gamma}}. \quad (29)$$

对 Lyapunov 函数  $V_2$  求导, 可得

$$\dot{V}_2 = x_1 \dot{x}_1 = \frac{x_1 x_2}{r}. \quad (30)$$

可知  $\dot{V} \leq 0$ . 若制导系统到达滑模面的时刻为  $t_r$ , 则在滑模面  $s = 0$  上满足  $|x_1| \leq |x(t_r)|$ . 进一步可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -\frac{k}{r} |x_1| (1 - e^{-\beta|x_1|})^{\frac{1}{\gamma}} \leq -\frac{k}{r} \frac{\beta |x_1|^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}}{1 + \beta |x_1|} \leq \\ & -\frac{2^{\frac{\gamma+1}{2\gamma}} k \beta}{r(1 + \beta |x(t_r)|)} V_2^{\frac{\gamma+1}{2\gamma}}. \end{aligned} \quad (31)$$

由引理2可知, 制导系统的状态变量  $x_1, x_2$  能够在有限时间内收敛到0, 因此导弹最终可以有效地拦截目标.

若导弹拦截目标的终端时刻为  $t_f$ , 则弹目相对距离  $r$  满足  $r \leq (V_M + V_T)t_{go} = (V_M + V_T)(t_f - t)$ . 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -\frac{2^{\frac{\gamma+1}{2\gamma}} k \beta}{r(1 + \beta |x(t_r)|)} V_2^{\frac{\gamma+1}{2\gamma}} \leq \\ & -\frac{2^{\frac{\gamma+1}{2\gamma}} k \beta}{(V_M + V_T)(1 + \beta x(t_r))t_{go}} V_2^{\frac{\gamma+1}{2\gamma}}. \end{aligned} \quad (32)$$

对上述不等式两边积分求解, 可得

$$\begin{aligned} V_2^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}(t) &\leq V_2^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}(t_r) + \\ & \frac{2^{\frac{\gamma+1}{2\gamma}} k \beta (\gamma - 1)}{2\gamma (V_M + V_T)(1 + \beta x(t_r))} \ln \left| \frac{t_f - t}{t_f - t_r} \right|, \end{aligned} \quad (33)$$

其中  $t_r \leq t \leq t_f$ .

由  $\dot{V}_2 \leq 0$  可知  $V_2$  是一个非增正定函数, 由式(33)

可知当  $t \rightarrow t_f$  时,  $\lim_{t \rightarrow t_f} V_2 = -\infty$ , 又因为  $V_2(t_r) \geq 0$ , 因此存在一个时刻  $t_s$  满足  $t_r \leq t_s < t_f$ , 使得  $V_2(t_s) = 0$ , 此时有  $x_1 = x_2 = 0$ . 因此, 制导系统的状态变量  $x_1, x_2$  在导弹拦截目标前能够在有限时间内收敛到0.  $\square$

**定理2** 若末制导初始时刻  $|x_2(0)| < k$ , 则在制导律(13)的作用下制导系统(4)的状态变量  $x_2$  始终满足约束条件  $|x_2| < k$ .

**证明** 制导系统(4)的状态变量在滑模面到达过程中, 对于 Lyapunov 函数  $\Phi(s)$ , 当  $|x_2| \rightarrow k$  时,  $|s| \rightarrow \alpha + g \text{sign}(s)$ ,  $\Phi(s) \rightarrow \infty$ . 在区间  $A = \{x_2 \in \mathbf{R} : |x_2| < k\}$  内有  $|s| < \alpha + g \text{sign}(s)$ . 由定理1可知, 在制导律(13)的作用下,  $\dot{V}_1 \leq 0$ , 因此当  $|x_2(0)| < k$  时, 有  $|s(0)| < \alpha + g(0) \text{sign}(s)$ , 由引理4可知  $|s| < \alpha + g \text{sign}(s)$ , 因此约束条件  $|x_2| < k$  在滑模面到达过程中始终成立.

制导系统(4)的状态变量在滑模面上滑动时, 由  $s = 0$  可知  $|x_2| = k(1 - e^{-\beta|x_1|})^{\frac{1}{\gamma}} \leq k$ . 因此在制导律(13)作用下, 若初始条件  $|x_2(0)| < k$ , 则制导系统(4)的状态变量  $x_2$  始终满足约束条件  $|x_2| < k$ .  $\square$

**注1** 针对考虑攻击角度约束的有限时间末制导问题, 文献[21]给出了非奇异终端滑模面的一般形式, 即

$$s = x_1 + \beta x_2^\gamma,$$

其中  $1 < \gamma = p/q < 2$ ,  $p, q$  为正奇数. 但该滑模面在设计过程中没有考虑视场角约束. 文献[11]设计了一种类似结构的终端滑模面, 同样没有考虑视场角的问题, 而是采用逻辑转换的策略在带有攻击角度约束制导律  $a_{\text{impact}}$  的基础上附加一种视场角约束切换项  $a_{\text{lock}}$ , 这便造成所设计的制导律存在指令转换, 可能引起指令跳变的问题, 为此需要采用相关技术“弱化”这一问题. 本文在设计滑模面(11)时直接考虑视场角约束的问题, 构造了一个受限项  $\alpha(1 - e^{-\beta|x_1|})$  使得系统的状态量  $x_2$  在滑模面上始终满足约束  $|x_2| < k$ . 同时, 不同于文献[11,21]给出的传统 Lyapunov 函数设计方法, 本文设计了一种时变障碍 Lyapunov 函数  $\Phi(s)$ , 利用  $\Phi(s)$  的性质, 使得  $|x_2| < k$  这一约束条件在滑模面到达过程中也始终成立. 因此, 本文设计的制导律(13)相较于文献[11, 21]在满足视场角约束的同时不存在指令切换过程.

**注2** 文献[14]设计滑模面

$$s = \omega x_1 + x_2,$$

其中  $\omega = k/(|x_1| + \varepsilon)$ ,  $\varepsilon > 0$ . 利用一类现有的积分障碍 Lyapunov 函数, 设计制导律实现攻击角度和视

场角的同时约束. 相较于上述滑模面, 本文设计的滑模面(11)能够保证制导系统在滑模面上满足有限时间收敛特性, 加快了制导系统的收敛速率. 同时, 新设计的时变障碍 Lyapunov 函数  $\Phi(s)$  结构更加简单, 易于求解, 有利于制导律的实现.

**注3** 由于符号函数  $\text{sign}(s)$  的存在, 制导律(13)是非连续的, 可能会引发颤振现象. 为了减少颤振, 采用边界层技术, 用一种 Sigmoid 函数近似代替符号函数  $\text{sign}(s)$ , 有

$$\text{sgmf}(s) = \begin{cases} \text{sign}(s), & |s| > \tau; \\ 2\left(\frac{1}{1 + e^{-s/\tau}} - \frac{1}{2}\right), & |s| \leq \tau. \end{cases} \quad (34)$$

其中  $\tau$  为边界层厚度, 也称消颤因子. 采用边界层技术处理符号函数后, 滑模面  $s$  实际是收敛到边界层而不是收敛到 0, 因此  $\tau$  的取值一般较小. 若  $\tau$  取值较大则会影响制导系统的实际收敛效果, 降低滑模面和系统状态量的收敛精度. 同时  $\tau$  的取值也不宜过小, 否则会增大颤振. 因此, 需要根据实际情况选取适当的  $\tau$  值, 达到削弱颤振的同时不影响控制效果. 此时, 制导律(13)即可修改为如下形式:

$$a_M = \frac{1}{\cos \varphi_M} \left[ -\frac{\dot{r}}{r} x_2 + \sigma \hat{\Delta} \text{sgmf} + \frac{\alpha \beta e^{-\beta|x_1|}}{\gamma r} |x_2|^{2-\gamma} \text{sign}(x_2) \cdot \left(1 - \frac{|s|}{\alpha + \alpha(1 - e^{-\beta|x_1|}) \text{sign}(x_1) \text{sgmf}}\right) + k_1 s + k_2 \text{sign}^{\gamma_1} s \right]. \quad (35)$$

式(35)即为本文最终设计的考虑攻击角度和视场角约束的自适应终端滑模制导律(FIANTSMG).

### 3 仿真分析

对设计的制导律进行仿真分析, 初始弹目距离为  $r_0 = 5 \text{ km}$ , 初始弹目 LOS 角为  $q_0 = 60^\circ$ , 初始航迹角  $\gamma_{M0} = 30^\circ$ ,  $\gamma_{T0} = 100^\circ$ , 导弹和目标的的速度  $V_M = 300 \text{ m/s}$ ,  $V_T = 50 \text{ m/s}$ . FIANTSMG 参数取  $\beta = 10$ ,  $\gamma = 1.5$ ,  $k_1 = 2$ ,  $k_2 = 1$ ,  $\gamma_1 = 0.5$ ,  $\tau = 0.01$ ,  $\sigma = 1.5$ ,  $\hat{\Delta}(0) = 10$ , 目标的机动  $a_T = g \cos(\pi t/4)$ , 导弹最大加速度限定为  $20g$ , 重力加速度  $g = 9.8 \text{ m/s}$ .

#### 3.1 以不同的视场角 $\varphi_M$ 约束拦截目标

假设导弹拦截目标时期望的终端 LOS 角度  $q_d$  为  $45^\circ$ , 导弹的最大视场角  $\varphi_{\max}$  分别为  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ , 针对 FIANTSMG 进行仿真分析, 结果如图 2 所示.

由图 2(a) 可见, 当导弹的视场角  $\varphi_M$  约束不同时, 在制导律 FIANTSMG 作用下导弹均能够有效地拦截目标. 图 2(b) 给出了对应的制导指令曲线图, 由于导弹机动能力的限制, 制导指令在前期出现了短暂

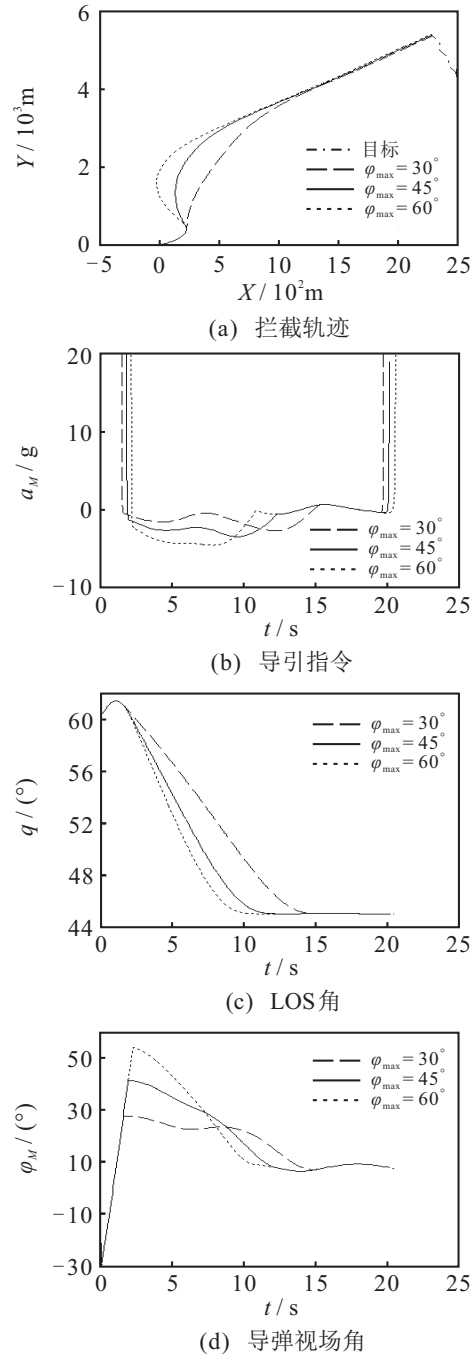


图 2 以不同的导弹视场角约束拦截目标

的饱和现象, 这是为了使导弹在满足视场角和攻击角度约束的条件下能够尽快对准目标. 图 2(c) 表明, FIANTSMG 在不同的视场角  $\varphi_M$  约束条件下均能够使得 LOS 角在有限时间内收敛到期望的终端 LOS 角  $q$ , 且  $\varphi_{\max}$  越大, LOS 角  $q$  收敛越快. 图 2(d) 给出了导弹视场角  $\varphi_M$  的变化曲线, 表明制导律 FIANTSMG 使得导弹视场角  $\varphi_M$  在末制导过程中始终在给定的约束范围内.

当  $q_d = \varphi_{\max} = 45^\circ$  时, 给出针对目标机动的估计误差曲线如图 3 所示. 由图 3 可知, 在自适应律(14)的作用下, 估计误差  $\hat{\Delta}$  能够快速收敛并保持稳定, 因此  $\hat{\Delta}$  是有界的.

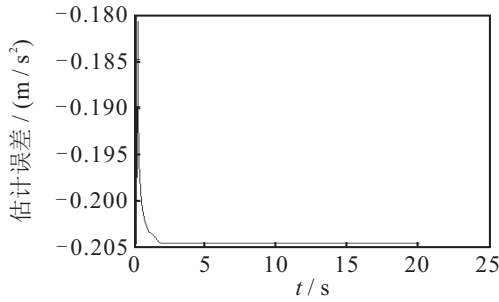
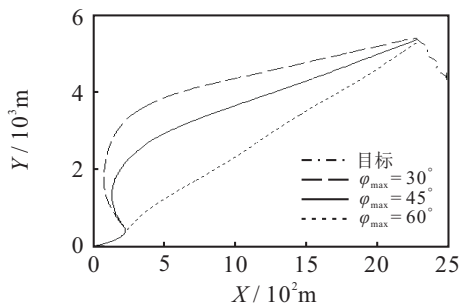


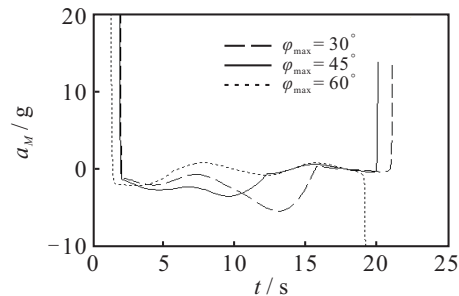
图3 目标机动的估计误差

3.2 以不同的期望终端LOS角  $q_d$  拦截目标

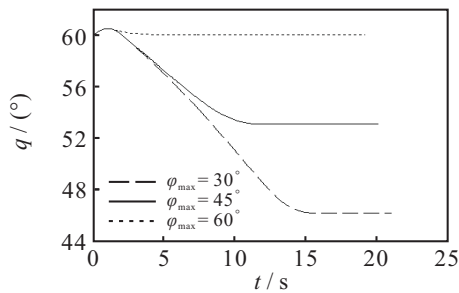
假设导弹最大视场角  $\varphi_{max}$  为  $45^\circ$ , 期望的终端LOS角  $q_d$  分别为  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ , 针对FIANTSMG进行仿真分析, 结果如图4所示。



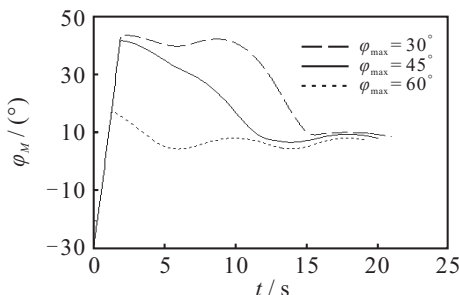
(a) 拦截轨迹



(b) 导引指令



(c) LOS角



(d) 导弹视场角

图4 以不同的期望终端LOS角拦截目标

由图4(a)可见, 当要求的期望终端LOS角  $q_d$  不同时, 导弹在FIANTSMG作用下均能够成功地拦截目标. 图4(b)给出了对应的制导指令曲线图, 当  $q_d$  变化时, FIANTSMG前期依然出现不同程度的饱和, 之后便迅速减小. 图4(c)表明, FIANTSMG能够使导弹在有限时间内收敛到不同的期望终端LOS角  $q_d$ , 并且  $q_d$  越大, LOS角  $q$  收敛时间越长. 图4(d)表明, 当  $q_d$  变化时, FIANTSMG依然能够使导弹满足给定的视场角约束。

3.3 制导律FIANTSMG和NTSMG, FSMCG仿真对比

为进一步分析ASCNTSMG的制导性能, 与现有的考虑攻击角度的约束制导律进行仿真对比. 文献[21]设计了一种非奇异终端滑模制导律(NTSMG), 有

$$s = x_1 + \beta x_2^\alpha,$$

$$a_M = \frac{-2\dot{r}\dot{q} + \frac{r}{\alpha\beta}\dot{q}^{2-\alpha}}{\cos(\gamma_M - q)} + \frac{M\text{sgmf}(s)}{\text{sign}\cos(\gamma_M - q)}.$$

其中: 目标加速度  $a_T$  假设是未知的,  $\alpha = 5/3, \beta = 1, M = 3 \times 10^3$ .

文献[11]设计了一种基于切换逻辑的带视场角和攻击角度约束的滑模控制制导律(FSMCG), 有

$$a_M = \begin{cases} a_{\text{impact}}, & |\varphi_m| \leq \varphi^*; \\ a_{\text{impact}} + a_{\text{lock}}, & |\varphi_m| > \varphi^*. \end{cases}$$

$$a_{\text{impact}} = \frac{1}{\cos\varphi_M} [-2\dot{r}\dot{x}_2 + r\alpha p g(x_1)x_2 + k_1 s + k_2 |s|^\beta \text{sign}(s)].$$

$$a_{\text{lock}} = -N \text{sign}(\varphi_M) |\varphi_M|^\eta.$$

$$\dot{g}(x_1) = \begin{cases} |x_1|^{p-1}, & |x_1| > v; \\ v^{p-2} x_i, & |x_1| \leq v. \end{cases}$$

$$N = \Gamma \frac{|\varphi_M| - \varphi^*}{\varphi_{\text{max}} - |\varphi_M|} \text{sign}(\varphi_{\text{max}} - |\varphi_M|).$$

其中

$$x_1 = q - q_d, \quad x_2 = \dot{x}_1,$$

$$s = x_2 + \alpha |x_1|^p \text{sign}(x_1),$$

$$\alpha = 1, \quad \beta = 0.5, \quad p = 0.5,$$

$$k_1 = 100, \quad k_2 = 200, \quad v = -0.01,$$

$$\eta = 0.1, \quad \Gamma = 2, \quad \varphi^* = 40^\circ.$$

假设导弹拦截目标时期望的终端LOS角  $q_d$  为  $45^\circ$ , 导弹的最大视场角  $\varphi_{max}$  为  $45^\circ$ , 对制导律FIANTSMG、NTSMG、FSMCG的制导性能进行比较分析, 结果如图5所示。



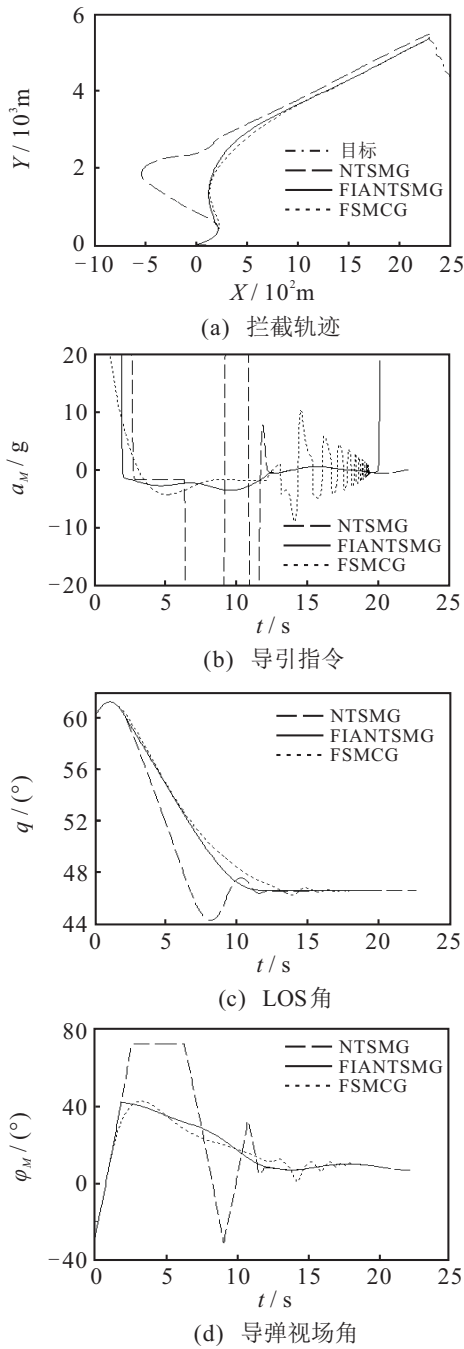


图5 不同制导律作用下的末制导仿真对比

图5(a)表明,在3种制导律作用下导弹均能够成功拦截目标,相比于NTSMG,制导律FIANTSMSG和NTSMG末制导轨迹相对平缓,拦截时间短.图5(b)给出制导指令曲线图,可以看出3种制导指令均出现了饱和现象.FIANTSMSG饱和时间短,之后的指令曲线较为平缓;NTSMG饱和时间较长,迫使导弹在末制导过程中作了较大范围的机动;FSMCG的指令曲线在制导末端出现了一定程度的抖动现象,影响了导弹的制导性能.图5(c)表明3种制导律能够使得导弹以期望的终端LOS角 $q_d$ 拦截目标,并且确保LOS角 $q$ 在拦截目标前有限时间收敛,可以看出FIANTSMSG使得LOS角 $q$ 的收敛时间最短.由图5(d)

可见,NTSMG使得导弹的最大视场角 $\varphi_{max}$ 大于 $45^\circ$ ,违背了视场角约束条件,而FIANTSMSG和FSMCG能够使导弹在视场角约束范围内有效地进行末制导拦截.

### 4 结论

本文结合非奇异终端滑模面和时变的障碍Lyapunov函数提出了一种包含攻击角度和导弹视场角约束的末制导方法,通过将视场角约束转化为垂直于弹目视线的弹目相对速度约束,避免了传统的制导律在考虑视场角约束时存在的指令转换的问题,同时构造的障碍Lyapunov函数不存在积分项,结构简单易于求解.设计的制导律不仅能够拦截静止目标,同样也适用于机动目标的拦截,并且针对目标机动的自适应估计增强了制导系统的鲁棒性.

基于有限时间控制理论设计的制导律保证了制导系统最终是有限时间收敛的,提高了制导系统的收敛速率,缩短了制导时间.

### 参考文献(References)

- [1] Park B G, Kim T H, Tahk M J. Biased PNG with terminal-angle constraint for intercepting nonmaneuvering targets under physical constraints[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2017, 53(3): 1562-1572.
- [2] 张友安, 黄诒, 孙阳平. 带有落角约束的一般加权最优制导律[J]. 航空学报, 2014, 35(3): 848-856. (Zhang Y A, Huang J, Sun Y P. Generalized weighted optimal guidance laws with impact angle constraints[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(3): 848-856.)
- [3] 敦晓彪, 李君龙, 蔡婧竹. 拦截高机动目标的最优控制制导律[J]. 国防科技大学学报, 2018, 40(1): 176-182. (Dun X B, Li J L, Cai J Z. Optimal guidance law for intercepting high-speed maneuvering targets[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2018, 40(1): 176-182.)
- [4] Yang C D, Chen H Y. Nonlinear  $H_\infty$  robust guidance law for homing missiles [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1998, 21(6): 882-890.
- [5] 花文华, 陈兴林. 变速导弹有界控制非线性微分对策制导律[J]. 控制与决策, 2011, 26(12): 1886-1890. (Hua W H, Chen X L. Nonlinear bounded-control differential game guidance law for variable-speed missiles[J]. Control and Decision, 2011, 26(12): 1886-1890.)
- [6] 郭建国, 韩拓, 周军, 等. 基于终端角度约束的二阶滑模制导律设计[J]. 航空学报, 2017, 38(2): 215-224.

- (Guo J G, Han T, Zhou J, et al. Second-order sliding-mode guidance law with impact angle constraint[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2017, 38(2): 215-224.)
- [7] 赵斌, 周军, 卢晓东, 等. 考虑终端角度约束的自适应积分滑模控制[J]. *控制与决策*, 2017, 32(11): 1966-1972.  
(Zhao B, Zhou J, Lu X D, et al. Adaptive integral sliding mode guidance law considering impact angel constraint [J]. *Control and Decision*, 2017, 32(11): 1966-1972.)
- [8] Song J H, Song S M, Zhou H B. Adaptive nonsingular fast terminal sliding mode guidance law with impact angle constraints[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2016, 14(1): 99-114.
- [9] Sun L H, Wang W H, Yi R, et al. A novel guidance law using fast terminal sliding mode control with impact angle constraints[J]. *ISA Transactions*, 2016, 64: 12-23.
- [10] 黄诘, 张友安, 刘永新. 一种带有撞击角和视场角约束的运动目标的偏置比例导引算法[J]. *宇航学报*, 2016, 37(2): 195-202.  
(Huang J, Zhang Y A, Liu Y X. A biased proportional guidance algorithm for moving target with impact angle and field-of-view constraints[J]. *Journal of Astronautics*, 2016, 37(2): 195-202.)
- [11] He S M, Lin D F. A robust impact constraint guidance law with seeker's field-of-view limit[J]. *Transaction of the Institute of Measurement and Control*, 2015, 37(3): 317-328.
- [12] 张道驰, 孙静, 孙求道, 等. 考虑导引头视场角和落角约束的制导方法[J]. *北京理工大学学报*, 2016, 36(5): 452-457.  
(Zhang D C, Sun J, Sun Q Q, et al. A guidance method on seeker's field of view and impact angle constraint[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2016, 36(5): 452-457.)
- [13] Kim H G, Lee J Y, Kim H J. Look angle constrained impact angle control guidance law for homing missiles with bearings-only measurements[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2018, 54(6): 3096-3107.
- [14] Wang X L, Zhang Y A, Wu H L. Sliding mode control based impact angle control guidance considering the seeker's field-of-view constraint[J]. *ISA Transaction*, 2016, 61: 49-59.
- [15] 赵斌, 周军. 考虑视场角约束的捷联导引与控制一体化设计[J]. *宇航学报*, 2018, 39(4): 392-400.  
(Zhao B, Zhou J. Integrated guidance and control for a strap-down missile considering body field-of-view angle constraints[J]. *Journal of Astronautics*, 2018, 39(4): 392-400.)
- [16] Zhang Y, Tang S J, Guo J. Adaptive terminal angle constraint interception against maneuvering targets with fast fixed-time convergence[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(8): 2996-3014.
- [17] Tee K P, Ge S S, Tay E H. Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(4): 918-927.
- [18] Yu S H, Yu X H, Shirinzadeh B. Continuous finite time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957-1964.
- [19] Tang Y. Terminal sliding mode control for rigid robots[J]. *Automatica*, 1998, 34(1): 51-56.
- [20] Ren B B, Ge S S, Tee K P, et al. Adaptive neural control for output feedback nonlinear systems using a barrier lyapunov function[J]. *IEEE Transactions on Neural Network*, 2010, 21(8): 1339-1345.
- [21] Kumar S R, Rao S, Ghose D. Nonsingular terminal sliding mode guidance with impact angle constraints[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, 37(4): 1114-1130.

### 作者简介

李晓宝(1990—), 男, 博士生, 从事飞行器导航制导与控制、先进控制理论与应用的研究, E-mail: lixiaobaohjhy@163.com;

赵国荣(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事飞行器控制与导航技术等研究, E-mail: grzhao6881@163.com;

刘帅(1990—), 男, 博士生, 从事飞行器导航制导与控制的研究, E-mail: 15165714808@163.com;

温家鑫(1995—), 男, 硕士生, 从事飞行器导航制导与控制的研究, E-mail: 292970961@qq.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)