

# 控制与决策

Control and Decision

关于布尔控制网络的能观性和能检性的研究现状

王彪, 冯俊娥

引用本文:

王彪, 冯俊娥. 关于布尔控制网络的能观性和能检性的研究现状[J]. *控制与决策*, 2020, 35(9): 2049–2058.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0308>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 受限布尔网络发展现状

Recent development of Boolean networks with constraints

*控制与决策*. 2018, 33(5): 960–968 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.1309>

### 随机时滞系统的神经网络输出反馈动态面控制

Output–feedback neural DSC control for stochastic nonlinear time–delay systems

*控制与决策*. 2017, 32(8): 1377–1385 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0758>

### 状态观测的未知死区非线性系统的自适应神经网络跟踪控制

Observed–based adaptive neural tracking control for nonlinear systems with unknown dead–zone

*控制与决策*. 2017, 32(5): 780–788 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0445>

### DoS攻击下电力网络控制系统脆弱性分析及防御

Vulnerability analysis and countermeasures of electrical network control systems under DoS attacks

*控制与决策*. 2017, 32(3): 411–418 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0311>

### 基于 $\tau$ 表示的时变随机Markov跳跃系统的能观性

Observability of time–varying stochastic Markov jump systems based on  $\tau$ –representation

*控制与决策*. 2015(1): 181–184 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2013.1205>

# 关于布尔控制网络的能观性和能检性的研究现状

王彪, 冯俊娥<sup>†</sup>

(山东大学 数学学院, 济南 250100)

**摘要:** 布尔(控制)网络是模拟基因调控网络有效的数学模型. 该模型将细胞内(或特定一个基因组内)基因与基因之间的相互作用关系量化,系统的状态和函数直接反应基因表达、复制、转录等生命活动,在新的数学工具矩阵半张量积的帮助下,取得了许多优秀成果. 近些年,国内外病毒疫情频发,对全球各个方面造成巨大的冲击和损失,病毒检测技术是战“疫”中非常重要的一个环节. 鉴于此,总结近年来矩阵半张量积在布尔(控制)网络的能观性和能检性方面取得的一些成果,以便更多学者关注这类问题和方法. 首先回顾能观性和能检性的发展历程;然后,从理论角度分析并用网络图呈现 4 种能观性与 3 种能检性之间的关系,整理在布尔网络和布尔控制网络中相关的一些重要成果,包括状态反馈、输出反馈、含干扰、含切换等多种情形;最后通过简述能观性和能检性的应用现状展望其未来发展.

**关键词:** 布尔网络; 布尔控制网络; 能观性; 能检性; 能重构性

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2020.0308

**开放科学(资源服务)标识码(OSID):**



**引用格式:** 王彪,冯俊娥. 关于布尔控制网络的能观性和能检性的研究现状[J]. 控制与决策, 2020, 35(9): 2049-2058.

## Recent development on observability and detectability of Boolean control networks

WANG Biao, FENG Jun-e<sup>†</sup>

(School of Mathematics, Shandong University, Ji'nan 250100, China)

**Abstract:** Boolean (control) network is an effective mathematical model of simulating gene regulation networks. By quantifying the interactions among genes within cells or a particular genome and related variables, the expression, replication, transcription and other activities of genes can be well reflected by a Boolean network model. Via a novel tool, semi-tensor product, a lot of excellent results on Boolean networks are obtained. In recent years, there have been frequent outbreaks of virus at home and abroad, causing great impact and loss to all aspects of the world. Virus detection technology plays a key role against virus diseases. In view of this, the paper mainly summarizes some recent achievements on observability and detectability of Boolean control networks via semi-tensor product to attract more scholars' attention to such problems and methods. Firstly, the developments of observability and detectability are reviewed. Then, from a theoretical point of view, the relationship among four types of observability and three types of detectability is shown by a network diagram. Moreover, some important works, including state feedback, output feedback, disturbance and so on, are introduced. Finally, following an overview of some applications of observability and detectability, future development is prospected.

**Keywords:** Boolean networks; Boolean control networks; observability; detectability; reconstructibility

## 0 引言

基因(gene),又称遗传因子,支持着生命的基本构造,储存着血型、孕育、成长、种族等一切生命现象的全部信息.从学术上讲,它是产生一条多肽链或功能RNA所必需的全部核苷酸序列.基因之间相互制约,微生物可以通过基因调控,改变合成核苷酸或氨基酸的量等代谢方式适应外部的环境.基因依赖于环境,

演绎着生命的繁衍、蛋白质合成、细胞分裂等,因此其也是决定生命健康与否的内在因素.20世纪60年代末,Kauffman<sup>[1]</sup>首次提出布尔网络模拟基因调控网络,将基因的活性量化为数值“0”和“1”,从而基因之间的相互作用可表示为布尔函数.若将某个基因看作是可调控的,则又称为布尔控制网络.这种建模能够非常恰当地呈现基因调控网络,将基因表达、基

收稿日期: 2020-03-18; 修回日期: 2020-05-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61773371,61877036); 山东省自然科学基金项目(ZR2019MF002).

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: fengjune@sdu.edu.cn.

因调控、细胞分化等特征刻画得淋漓尽致,因此,引起了诸多科研工作者的关注<sup>[2-5]</sup>,用来发现可有效沉默或激活、降低或增强某些基因活性的新机制,实现强有力药物的诞生、病毒的防御以及生命的延续.例如:给免疫细胞发送信息的肿瘤坏死因子(tumor necrosis factor),这是一种通过注射细菌多糖后,血清中出现一种能使多种肿瘤发生出血性坏死的物质,虽然目前因其副作用仅用于局部治疗,但未来的可能性是不可估量的.

在一个布尔(控制)网络中,预测基因表达和调控基因活性是非常重要的,然而苦于工具的匮乏,某些研究结果未必准确且不理想.近年,Cheng等<sup>[6]</sup>提出了矩阵半张量积,这个新式的矩阵乘积不仅保留了传统乘积的特点,而且具备一定程度的乘积交换性.利用半张量积分别量化数值“0”和“1”为向量 $[0, 1]^T$ 和 $[1, 0]^T$ ,布尔网络及布尔控制网络可以写成如下离散时间代数形式:

$$x(t+1) = Fx(t), x(t+1) = Fu(t)x(t).$$

其中: $x(t)$ 和 $u(t)$ 分别为系统在 $t$ 时刻的状态变量和输入变量, $F$ 为状态转移矩阵.这个代数形式使得相关研究非常便利,取代了以往复杂的逻辑运算.关于半张量积的详细介绍和初步应用见文献[7-8].此外,早在《工程控制论》<sup>[9]</sup>一书中(逻辑控制与自动机-17章)提到:“随着科学技术的飞速发展,动力学控制理论已不能完全满足客观实践的需要.现代控制系统的一个新特点是它必须具有逻辑判断能力”.该书很早便提出了逻辑控制理论的概念,并给出了基于布尔函数的数学框架,同布尔网络一样苦于缺少统一的理论模型和有效的分析工具.矩阵的半张量积这一开创性的发现,为众多研究领域带来了革命性的新方法.从最初的布尔网络<sup>[10-12]</sup>、电力系统<sup>[13]</sup>,到逻辑网络<sup>[14-16]</sup>、博弈理论<sup>[17-18]</sup>,再到有限自动机<sup>[19-23]</sup>、异步时序机<sup>[24-29]</sup>、离散事件系统<sup>[30-32]</sup>等,应用领域极其广泛.

状态估计是控制理论中的重要课题,系统的输出信息往往只能反映系统的外部特性,而状态估计是依据可量测的输入和输出数据计算动态系统状态的方法,对于了解和控制一个系统具有非常重要的意义.然而,并非所有状态变量都是可量测的,因此定义“能否通过已获得的量测数据求得系统的状态”,这便是系统的能观性和能检性问题.当今,布尔(控制)网络的能观性和能检性研究显得格外重要,因为该系统的状态直接呈现着基因活性.而病毒正是一种个体微小、结构简单、只含一种核酸(DNA或RNA)

的非细胞型生物,它在宿主细胞中利用细胞中的物质和能量,按照其核酸所包含的遗传信息完成复制、转录和转译等生命活动,这些生命活动恰好由布尔函数形象地表达.2003年非典型性肺炎致病的冠状病毒(SARS-CoV)、2012年中东沙特发现的中东呼吸综合征(MERS)致病的冠状病毒(MERS-CoV)、2014年非洲埃博拉病毒(Ebola virus)、今年全球爆发的新型冠状病毒(2019-nCoV)等,在疫苗研发出来之前,首要解决的就是病毒检测问题,显示阳性的患者应及时隔离,以免进一步传播扩散.受近些年疫情的影响,为使更多学者能够关注和运用此方法解决诸多问题,本文主要总结近年来矩阵半张量积在布尔(控制)网络的能观性和能检性方面取得的成果.

本文首先介绍一些常用符号、矩阵半张量积及布尔网络的代数模型;然后介绍能观性与能检性的概念和区别,并分别总结能观性和能检性的现有理论结果、研究方法以及相关应用成果;最后总结全文并提出可能的未来研究设想.

## 1 预备知识

本文用到的记号如下: $R^{m \times n}$ 为 $m \times n$ 阶的实数矩阵集合; $\text{Col}_l(M)$ 为矩阵 $M$ 的第 $l$ 列; $\text{Col}(M)$ 为矩阵 $M$ 所有列的集合; $\delta_n^l$ 为单位矩阵 $I_n$ 的第 $l$ 列; $\Delta_n$ 为单位矩阵 $I_n$ 的所有列; $\delta_n[l_1, l_2, \dots, l_i] = [\delta_n^{l_1}, \delta_n^{l_2}, \dots, \delta_n^{l_i}]$ ;  $\mathbf{c}_m$ 为由 $m$ 个实数 $c$ 组成的列向量 $[\underbrace{c, c, \dots, c}_m]^T$ ;  $\delta_n^0 = \mathbf{0}_n$ ;  $\overline{\Delta}_n = \Delta_n \cup \delta_n^0$ ; 若实矩阵 $L \in R^{m \times n}$ 的所有列满足 $\text{Col}(L) \subset \Delta_m$ ,则称其为逻辑矩阵,记为 $L \in \mathcal{L}^{m \times n}$ ,其中 $\mathcal{L}^{m \times n}$ 表示 $m \times n$ 阶的逻辑矩阵集合; $\mathcal{D}$ 为集合 $\{0, 1\}$ ;  $M_{i,j}$ 为矩阵 $M$ 中 $i$ 行 $j$ 列的元素;  $|M|$ 为集合 $M$ 中元素的个数.

### 1.1 半张量积

传统矩阵乘积要求左乘矩阵的列数等于右乘矩阵的行数.矩阵张量积“ $\otimes$ ”是突破这种限制的一种乘积,可以作用在任意维数的两个矩阵上,常应用于代数、向量、向量空间和拓扑向量空间中.然而,其与传统矩阵乘积区别甚大,为了将传统矩阵乘积扩展到一般的矩阵中,Cheng等<sup>[6]</sup>提出矩阵半张量积.

**定义1**<sup>[7]</sup> 设 $A \in R^{m \times n}$ ,  $B \in R^{p \times q}$ ,  $A$ 和 $B$ 的半张量为 $A \ltimes B = (A \otimes I_n^s)(B \otimes I_p^s)$ ,其中 $s$ 是 $n$ 和 $p$ 的最小公倍数.

可见,当 $n = p$ 时, $(s = n = p)$ 半张量积直接还原为传统乘积,因此在不引起混淆的情况下将省略符号 $\ltimes$ .半张量积不仅保留了传统矩阵乘积的结合律、分配律,而且具有一定程度的交换性.下面给出半张量积的主要性质.

**命题1**<sup>[7]</sup> 设  $X \in \mathbf{R}^{n \times 1}, Y \in \mathbf{R}^{q \times 1}$ , 两个矩阵  $A \in \mathbf{R}^{m \times n}, B \in \mathbf{R}^{p \times q}$ , 则有

$$XY = X \times Y = X \otimes Y, \tag{1}$$

$$XA = X \times A = (I_n \otimes A) \times X, \tag{2}$$

$$AXBY = (AX) \times (BY) = (A \otimes B)(X \times Y). \tag{3}$$

由式(1)定义换位矩阵  $W_{[q,n]}$  和降阶矩阵  $\Phi_n$ , 有

$$W_{[q,n]} = [\delta_n^1 \delta_q^1, \dots, \delta_n^n \delta_q^1, \dots, \delta_n^1 \delta_q^q, \dots, \delta_n^n \delta_q^q],$$

$$\Phi_n = [\delta_n^1 \delta_n^1, \delta_n^2 \delta_n^2, \dots, \delta_n^n \delta_n^n].$$

**命题2**<sup>[7]</sup> 当  $X \in \mathbf{R}^{n \times 1}, Y \in \mathbf{R}^{q \times 1}$  时, 有

$$YX = Y \times X = W_{[q,n]} X \times Y. \tag{4}$$

当  $X \in \Delta_n$  时, 有

$$X^2 = XX = X \times X = \Phi_n \times X. \tag{5}$$

由式(3), 如果  $Y = X \in \Delta_n$ , 且  $n = q$ , 则有

$$(AX) \times (BX) =$$

$$(A \otimes B)(X \times X) = (A \otimes B)\Phi_n X = (A * B)X,$$

其中“\*”为Khattri-Rao积<sup>[7]</sup>, 即

$$A * B = [\text{Col}_1(A)\text{Col}_1(B), \text{Col}_2(A)\text{Col}_2(B), \dots, \text{Col}_n(A)\text{Col}_n(B)] \in \mathbf{R}^{mp \times n}.$$

**引理1** 设  $f(p_1, p_2, \dots, p_n) (p_l \in \mathcal{D}, l = 1, 2, \dots, n)$  为一个逻辑函数, 则存在唯一逻辑矩阵  $M_f \in \mathcal{L}^{2 \times 2^n}$ , 使得

$$f(p_1, p_2, \dots, p_n) = M_f \times_{l=1}^n \begin{bmatrix} p_l \\ p_l - 1 \end{bmatrix},$$

其中  $M_f$  为  $f$  的结构矩阵.

### 1.2 布尔网络和布尔控制网络的代数形式

含有  $n$  个状态节点  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 、 $l$  个输出节点  $\{y_1, y_2, \dots, y_l\}$  的布尔控制网络模型表示如下:

$$\begin{cases} x_i(t+1) = f_i(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)), \\ y_j(t) = h_j(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)), \\ i \in \{1, 2, \dots, n\}, j \in \{1, 2, \dots, l\}. \end{cases} \tag{6}$$

其中:  $x_i(t) \in \mathcal{D}$  为状态变量,  $y_j(t) \in \mathcal{D}$  为输出变量,  $f_i: \mathcal{D}^n \mapsto \mathcal{D}$  和  $h_j: \mathcal{D}^n \mapsto \mathcal{D}$  均为布尔函数.

由引理1, 可将集合  $\mathcal{D}$  中  $\{0, 1\}$  分别转化为向量形式  $[0, 1]^T$  和  $[1, 0]^T$ , 令  $x = \times_{i=1}^n x_i, y = \times_{j=1}^l y_j$ , 系统(6)可写为如下形式:

$$\begin{cases} x_i(t+1) = M_i x(t), i \in \{1, 2, \dots, n\}, \\ y_j(t) = H_j x(t), j \in \{1, 2, \dots, l\}. \end{cases} \tag{7}$$

利用Khattri-Rao积, 建立代数形式如下:

$$\begin{cases} x(t+1) = Fx(t), \\ y(t) = Hx(t). \end{cases} \tag{8}$$

其中:  $F = *_{i=1}^n M_i \in \mathcal{L}_{2^n \times 2^n}, H = *_{j=1}^l H_j, x(t) \in \Delta_{2^n}, y(t) \in \Delta_{2^l}$ . 类似地, 在相同的框架下, 一个含有  $m$  个输入节点的布尔控制网络, 其对应的代数形式为

$$\begin{cases} x(t+1) = Lu(t)x(t), \\ y(t) = Hx(t). \end{cases} \tag{9}$$

其中:  $u(t) = \times_{j=1}^m u_j(t), L \in \mathcal{L}_{2^n \times 2^{m+n}}$ . 鉴于布尔网络(8)可以看作布尔控制网络(9)的特殊情况, 本文着重阐述布尔控制网络.

## 2 能观性和能检性问题描述

能观性和能检性问题均是依据已获得的输入和输出数据对系统状态进行估计, 区别在于所求目标状态时间的不同. 如图1所示, 在有限的时间  $s$  步内, 根据输入数据  $\{u(t)\}_{t=0}^{s-1}$  和输出数据  $\{y(t)\}_{t=0}^s$ , 能观性是对系统初始状态  $x(0)$  的判断, 而能检性是对系统当前状态  $x(s)$  的判断. 显然, 如果一个系统是能观的, 则一定能检.

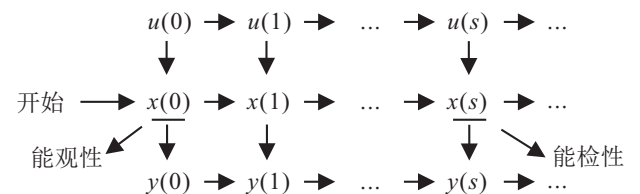


图1 能观性目标和能检性目标

目前, 布尔控制网络的能观性定义大体有4种, 能检性有3种, 分别记录于文献[33-37]中, 将4种能观性简记为Di-能观性,  $i = 1, 2, 3, 4$ , 三种能检性为强能检性、能检性和弱能检性. 数学符号描述见表1.

表1 各种能观性和能检性定义

问题	定义	
能观性	D1-能观性	$\forall x(0) \quad \exists \{u(t)\}_{t=0}^{s-1}$ 使得 $\forall \bar{x}(0) \neq x(0) \quad \{y(t)\}_{t=0}^s \neq \{\bar{y}(t)\}_{t=0}^s$
	D2-能观性	$\forall x(0) \neq \bar{x}(0) \quad \exists \{u(t)\}_{t=0}^{s-1}$ 使得 $\{y(t)\}_{t=0}^s \neq \{\bar{y}(t)\}_{t=0}^s$
	D3-能观性	$\exists \{u(t)\}_{t=0}^{s-1}$ 使得 $\forall x(0) \neq \bar{x}(0) \quad \{y(t)\}_{t=0}^s \neq \{\bar{y}(t)\}_{t=0}^s$
	D4-能观性	$\forall \{u(t)\}_{t=0}^{s-1}$ 使得 $\forall x(0) \neq \bar{x}(0) \quad \{y(t)\}_{t=0}^s \neq \{\bar{y}(t)\}_{t=0}^s$
能检性	强能检性	$\forall \{u(t)\}_{t=0}^{s-1}$ 使得 $\forall \{y(t)\}_{t=0}^s \neq \{\bar{y}(t)\}_{t=0}^s \quad x(s) \neq \bar{x}(s)$
	能检性	$\exists \{u(t)\}_{t=0}^{s-1}$ 使得 $\forall \{y(t)\}_{t=0}^s \neq \{\bar{y}(t)\}_{t=0}^s \quad x(s) \neq \bar{x}(s)$
	弱能检性	$\exists \{u(t)\}_{t=0}^{s-1}$ 使得 $\exists \{y(t)\}_{t=0}^s \neq \{\bar{y}(t)\}_{t=0}^s \quad x(s) \neq \bar{x}(s)$

能观性和能检性的思想源于确定初始(当前状态)状态所需途径的严苛与否,正如文献[38]所指出的强意义“initial-state determinability in the strong sense”和广泛意义“initial-state determinability in the wide sense”。

### 3 能观性的研究现状

#### 3.1 D1-能观性

**定义2** (D1-能观性)<sup>[33]</sup> 如果对于任意状态,均存在一个输入序列使得该状态能够被相应的输出序列确定,则称布尔控制网络(9)是能观的。

文献[33]首次提出了D1-能观性,通过算法检索所有状态在不同输入序列下的输出序列,构造观测矩阵 $O$ 判定能观性。

**定理1**<sup>[33]</sup> 如果布尔控制网络(9)是能控的,则其是能观的当且仅当观测矩阵 $O$ 的所有列互不相同。

随后,观测矩阵方法被推广到含脉冲和含时滞两种情形<sup>[39-40]</sup>。然而,观测矩阵所依赖的算法属于深度检索,复杂度极高,且某些情形可能导致算法无止境地计算,从而无法实现判别。区分指标的适当变化使得观测矩阵的构造变得简单。例如,文献[41]在布尔网络上通过重新规划观测指标初步打破了这个窘困,定义了可区分分划,即将区分状态改为区分状态子集,设计了寻找最大可区分分划的算法;文献[42]通过定义可逆性和非奇异性将D1-能观性引入了输入能观性。一个直接的问题是,将这两篇文献中区分指标的方式引入其他类型能观性会有什么样的结果?此外,定理1虽是充要条件,但需要系统能控作为前提,在后续研究中,文献[43]发现有些系统不能控但能观,这表明D1-能观性的提出至今10年有余,但其判别方法仍不完善。

#### 3.2 D2-能观性

D1-能观性需要每个状态都存在一个输入序列,使其生成的输出序列与其他状态不同,这不适用于未知系统,人们无法准确地实施控制输入。文献[34]模拟非线性系统能观性的思想,给出了第2种能观性。

**定义3** (D2-能观性)<sup>[34]</sup> 对于两个不同的状态,若存在一个输入序列使得它们生成的输出序列不同,则称这两个状态是可区分的。若系统(9)中任意两个不同的状态都是可区分的,则称其是能观的。

显然,一个布尔控制网络若是D1-能观的,则一定D2-能观,反之则不然。归因于输入-状态关联矩阵的限制,学者们作了许多尝试,但只给出了充分条件<sup>[34]</sup>,包括切换布尔控制网络<sup>[44]</sup>、奇异布尔控制网络<sup>[45]</sup>、输入受限依状态切换布尔网络<sup>[46]</sup>。之后文献[47]将原系统的状态方程改写为

$$\begin{cases} x(t+1) = Lu(t)x(t), \\ z(t+1) = Lu(t)z(t), \\ y(t) = Hx(t). \end{cases} \quad (10)$$

定义不可分状态集 $P_0 = \{zx|z \neq x, Hz = Hx\}$ 和可分状态集 $P_d = \{zx|z \neq x, Hz \neq Hx\}$ 。这样系统的D2-能观性问题便转化为集合能控问题。

**定理2**<sup>[47]</sup> 系统(9)是能观的,当且仅当系统(10)从 $P_0$ 到 $P_d$ 是集合能控的。

该方法不需考虑系统整体的能控性,减少了判定流程,而且可以直接通过矩阵运算获得结果<sup>[48-50]</sup>。基于图论的D2-能观性的判定算法可参见文献[51]。

#### 3.3 D3-能观性

**定义4** (D3-能观性)<sup>[35]</sup> 如果存在一个输入序列,使得初始状态能被其相应的输出序列确定,则称(9)是能观的。

定义4是文献[35]在研究布尔控制网络的辨识时所提出的第3种能观性。该定义要求存在一个统一的输入序列,每个初始状态在其驱使下所生成的输出序列均是不同的,因此若系统(9)是D3-能观的,则也是D1(D2)-能观的。系统辨识是根据输入和输出的数据对系统各个参数的测量,对于布尔控制网络(9)而言是求解结构矩阵 $L$ 和 $H$ 。文献[34]得到的布尔控制网络(9)是可辨识的,当且仅当其是能控的且D3-是能观的。该定理相当于判别D3-能观性的充分条件,在文献[52]中被进一步改进。虽然D3-能观性的判别是NP难的<sup>[53]</sup>,但是其只需寻找一个输入序列,因此非常实用,很多学者均采用此能观性<sup>[54-55]</sup>。

文献[56]通过算法构造了一个新的观测矩阵 $O_N(\lambda)$ ,给出了判定D3-能观性的充要条件,且不需系统是能控的假设。

**定理3**<sup>[56]</sup> 布尔控制网络(9)是D3-能观的,当且仅当存在正整数 $N$ ,使得 $O_N(\lambda)$ 至少存在一个元素互不相同的列。

该方法很直接地采用深度搜索的方式,将生成的输出序列映射成多项式构造观测矩阵 $O_N(\lambda)$ ,特别是在状态节点数和输入节点数较少时( $n+m \leq 10$ )判定十分方便。随后该方法被推广到切换布尔网络和奇异布尔网络,并给出两种网络下判定4种能观性的充要条件<sup>[57-58]</sup>。

#### 3.4 D4-能观性

文献[36]首次给出了D4-能观的定义,并从观测矩阵和输出轨迹两个角度给出了相应的判别条件。

**定义5** (D4-能观性)<sup>[36]</sup> 如果任意一个充分长的输入序列均使得初始状态能被其相应输出序列确

定,则称布尔控制网络(9)是能观的.

从定义上讲,D4-能观性在4种能观性中要求指标最高,故其更偏重于理论意义.学者们从模型、方法、定理、算法等角度探究了D4-能观性<sup>[59-61]</sup>.文献[43]归纳类比了4种能观性,利用有限自动机方法给出判别这4种能观性的充要条件,随后将此有限自动机方法推广到切换布尔网络的D3-能观性判别<sup>[62]</sup>.

对于这4种能观性的判别,诸多科研成果所提出的检测算法(包括矩阵方法和自动机方法)仍呈现复杂度较高或只适用于结点较少的布尔控制网络.超大型网络系统中很多方法通过划分节点分析每一部分以实现整体系统的分析,将这种划分方式引入能观性检测算法是解决多结点的一种思路.另外一种思路是加入对状态的估计程度或输入的设计限制,例如近期提出的输出反馈能观性<sup>[63]</sup>,将输入设计为输出反馈形式  $u(t) = K(t)y(t)$ (动态输出反馈)或  $u(t) = Ky(t)$ (静态输出反馈).

### 4 能检性研究现状

一般而言,观测初始状态较难,很自然地想到设计控制驱使系统中这些不能观测的状态渐近稳定到能观测的状态.在线性系统中,有两个问题针对这方面的研究:能检性和能重构性.两者的区别在于:能检性描述渐近识别当前状态的可能性,即当时间趋近于无穷时,误差趋近于零,  $e(t) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$ ;能重构性描述有限时间内识别当前状态的可能性,即存在时间  $T$ ,使得误差  $e(t) \rightarrow 0, t \rightarrow T$ .在布尔(控制)网络中,由于状态集和输出集均是有限集,能检性和能重构性是一致的<sup>[37]</sup>.能重构性的定义目前有两种,因其指标与能观性的D3和D4类似,这里记为D3-能重构性和D4-能重构性.

**定义6 (D4-能重构性)**<sup>[36]</sup> 若存在一个正整数  $s \in \mathbf{Z}_+$  使得对每一个输入序列,通过已获得的同步输入输出轨迹  $\{u(t)\}_{t=0}^s$  和  $\{y(t)\}_{t=0}^s$ ,可以唯一地确定  $x(s)$ ,则布尔控制网络(9)是能重构的.

给定一个输入序列  $\{u(t)\}_{t=0}^\infty$ ,从  $x_0$  出发的状态轨迹和输出轨迹分别记为

$$\begin{cases} x(t, x_0, \{u(p)\}_{p=0}^{t-1}), t = 1, 2, \dots; \\ y(t, x_0, \{u(p)\}_{p=0}^{t-1}), t = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (11)$$

假设存在两个整数  $q_1, q_2$  和两个周期分别为  $k_1$  和  $k_2$  的状态轨迹,有

$$\begin{cases} x(rk_1) = x(rk_1, x_1, \{u(p)\}_{p=0}^{rk_1-1}) = x(0), \\ \bar{x}(rk_2) = x(rk_2, x_2, \{u(p)\}_{p=0}^{rk_2-1}) = \bar{x}(0), \\ r = 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (12)$$

使得如下输入序列一致:

$$\underbrace{\{u(p)\}_{p=0}^{k_1-1}, \dots, \{u(p)\}_{p=0}^{k_1-1}}_{q_1} = \underbrace{\{u(p)\}_{p=0}^{k_2-1}, \dots, \{u(p)\}_{p=0}^{k_2-1}}_{q_2}$$

其中  $q_1$  和  $q_2$  不是唯一的.称  $k = \min\{k | k = q_1 k_1 = q_2 k_2\}$  为两条状态轨迹满足式(12)的最小相同周期.在最小相同周期  $k$  下,状态  $x_1$  和  $x_2$  相应生成的输出轨迹周期也是  $k$ ,因此只有当输出轨迹不同时才可以区分状态.

**定理4**<sup>[36]</sup> 布尔控制网络(9)是D4-能重构的,当且仅当对于每一对相同最小周期  $k$  的不同状态-输入轨迹,如果  $\{(x_1(p), u(p))\}_{p=1}^k \neq \{(x_2(p), u(p))\}_{p=1}^k$ ,则  $\{Hx_1(p)\}_{p=1}^k \neq \{Hx_2(p)\}_{p=1}^k$ .

这种周期判别方法虽然很直接,但是周期  $k_1$  和  $k_2$ 、最小周期  $k$ 、状态轨迹和状态-输入轨迹的计算都是十分繁琐的,特别是判别方法(定理4)需要对所有可能的周期进行检测<sup>[36,64]</sup>.文献[65]给出了另外一种能重构性的定义.

**定义7 (D3-能重构性)**<sup>[65]</sup> 若存在一个输入序列  $\{u(t)\}_{t=0}^s$ ,使得对于所有的状态对  $x_1^0 \neq x_2^0$ ,有

$$\begin{aligned} \{x(t, x_1^0, \{u(p)\}_{p=0}^{t-1})\}_{t=1}^{s+1} &\neq \\ \{x(t, x_2^0, \{u(p)\}_{p=0}^{t-1})\}_{t=1}^{s+1} &\Rightarrow \\ \{y_1(t)\}_{t=1}^{s+1} &\neq \{y_2(t)\}_{t=1}^{s+1}. \end{aligned}$$

其中:  $y_i(t) = Hx(t, x_i^0, \{u(p)\}_{p=0}^{t-1}), i = 1, 2$ .则布尔控制网络(9)是可重构的.

可以看出,D4-能重构性类似于D4-能观性要求任意的输入序列,D3-能重构性类似于D3-能观性要求统一的输入序列.文献[65]结合自动机和图理论,给出了判定D3-能重构性的算法,随后又推广到大型布尔控制网络<sup>[66]</sup>.在生产实践中,人们更多地希望于D4-能重构,因为其不受限制,任意一个充分长的输入序列均可以进行.文献[67]探讨了如上两种能重构性之间的关系,集中于D4-能重构性的研究,给出了判断系统可重构的形式如下.

**定理5**<sup>[67]</sup> 布尔控制网络(9)是可重构的,当且仅当存在一个非负整数  $r$ ,使得通过

$$\Omega_r = (L' \Phi_n^T)^r L' \left( \prod_{i=0}^r (I_{2^{i(n+m)}} \otimes H_{\text{new}}) \right)^T, \quad (13)$$

计算得到的  $\Omega_r \in \mathbf{R}^{2^n \times 2^{(r+1)(p+m)}}$  含有最多一个非零项,其中  $L' = W_{[2^m, 2^n]} L, H_{\text{new}} = H(I_{2^n} \otimes \Phi_m) \in \mathcal{L}_{2^{p+m} \times 2^{n+m}}$ .

文献[37]针对布尔控制网络定义了强能检性、能检性和弱能检性,分别为:



1) 强能检性. 若任意一个  $s$  步输入序列均使得当前状态  $x(s)$  能被相应输出序列确定, 则称布尔控制网络(9)是强能检的.

2) 能检性. 若存在一个  $s$  步输入序列使得当前状态  $x(s)$  能被相应输出序列确定, 则称布尔控制网络(9)是能检的.

3) 弱能检性. 若存在一个  $s$  步输入序列使得当前状态  $x(s)$  有时能被相应输出序列确定, 则称布尔控制网络(9)是弱能检的.

考虑系统(9), 如果初始状态  $x(0)$  给定, 输入序列  $\{u(t)\}_{t=0}^{\infty}$  给定, 则可直接计算生成状态序列  $\{x(t)\}_{t=1}^{\infty}$  和输出序列  $\{y(t)\}_{t=0}^{\infty}$ . 根据这三组序列可以建立模型

$$x(t+1) = Ed(t)x(t), \quad t \in \mathbf{N}, \quad (14)$$

其中  $d(t) = u(t)y(t+1)$ . 结构矩阵  $L$  和  $H$  可唯一生成  $E$ , 反之亦成立, 因其构造过程是依赖于三组序列, 称式(14)为布尔控制网络(9)的数据形式. 系统(9)和其数据形式(14)是一一对应的, 因此前后两系统的性能相同. 再者式(14)不包含输出方程, 其形式上与布尔控制网络一致, 可以深入探讨该形式与原布尔控制网络之间的联系, 或者延拓至切换、奇异等其他布尔网络, 研究相关系统性质及判别方法上的区别. 从物理意义上看, 系统的能检性问题可以看作全状态集到某个能观测状态子集之间的镇定问题. 若对于任意初始状态  $x_0 \in \Delta_{2^n}$  都存在输入序列  $\{u(t)\}_{t=0}^{\infty}$  和正

整数  $T$ , 使得

$$x(t; x_0, \{u(t)\}_{t=0}^{\infty}) \in M, \quad \forall t \geq T, \quad (15)$$

则称系统(9)是集合  $M$  镇定的<sup>[68]</sup>. 显然可以依据集合  $M$  中所含状态的数量和输入序列的可能性得到能检性的结果.

**定理6**<sup>[37]</sup> 布尔控制网络(9)是:

1) 强能检的, 当且仅当存在正整数  $p$ , 使得

$$\text{Col}[\text{sgn}(\bar{L}^p \mathbf{1}_{2^n})] \subseteq \bar{\Delta}_{2^n}, \quad (16)$$

其中  $\bar{L} = EW_{[2^n, 2^{m+1}]}$ ;

2) 是能检的, 当且仅当存在正整数  $p$  和  $q$ , 使得

$$\begin{cases} M\delta_{2^{pm}}^q \neq \mathbf{1}_{2^{pm}}^T \delta_{2^n}^0, \\ \text{Col}[\text{sgn}(M\delta_{2^{pm}}^q)] \subseteq \bar{\Delta}_{2^n}, \end{cases} \quad (17)$$

其中  $M = (EW_{[2^n, 2^{m+1}]}^p \mathbf{1}_{2^n}) \times_{i=1}^{p-1} (I_{2^{im}} \otimes W_{[2^m, 2^{i+1}]})$ ;

3) 是弱能检的, 当且仅当存在正整数  $p$  和  $q$ , 使得

$$\text{Col}_q[\text{sgn}(\bar{L}^p \mathbf{1}_{2^n})] \in \Delta_{2^n}, \quad (18)$$

其中  $\bar{L} = EW_{[2^n, 2^{m+1}]}$ .

集合镇定可以看作全局镇定的一般化, 有更加广泛的作用, 许多控制问题都可以转化为集合镇定问题或利用集合镇定的方法得到解决<sup>[69-74]</sup>. 为了能够估计系统当前状态, 能检性问题需要设计控制将不能观的状态镇定到可观测的状态集中, 能观、能检和能镇定三者密不可分. 结合文献[37, 43], 给出在布尔控制网络中, 当前关于能观性、能重构性、能检性、能镇定性相关定义之间的网络关系如图2所示.

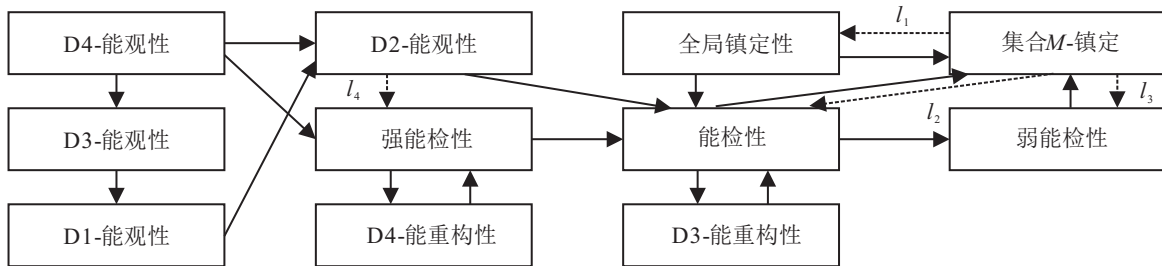


图2 布尔控制网络中能观性、能重构性、能检性、能镇定性网络关系

图2中: 实线箭头“ $\rightarrow$ ”代表前者能够推出后者, 虚线箭头“ $\dashrightarrow$ ”代表前者需要附带相应的条件才能推出后者. 且有

- $l_1 : |M| = 1;$
- $l_2 : \mathbf{1}_{2^n}^T \text{sgn}\left(\sum_{x \in M} Hx\right) = |M|;$
- $l_3 : \{x \in M | Hx \neq Hx', x' \in M \setminus x\} \neq \emptyset;$
- $l_4 : \text{系统为布尔网络}.$

从理论上讲, 能镇定性和能检性有异曲同工之

效, 但是在应用中目的是完全不同的, 前者希望设计一个控制器希望系统状态演变成某个目标状态, 比较偏向于控制器, 后者希望估计出系统已经演变成何种状态, 是对状态或者状态轨迹的估计, 更偏向于观测器.

在以上研究成果的基础上, 概率布尔网络弱能检性和强能检性<sup>[75]</sup>、弱能重构性和强能重构性<sup>[76]</sup>相继诞生. 它们的区别是: 概率布尔网络的强能检性等价于强能重构性, 均可以从某个时刻  $s$  开始, 唯一确定系统的当前状态以及之后的状态  $x(t), t \geq s$ ; 弱能检性

可得到弱能重构性,反之不成立;弱能检性同样要求唯一确定当前状态以及之后的状态 $x(t), t \geq s$ ,而弱能重构只需确定 $x(s)$ .由于状态转移的不确定性,确定的 $x(s)$ 并不能得到下一步的状态 $x(s+1)$ .

## 5 能观性和能检性应用成果

哺乳动物的细胞周期是指发生在细胞内的一系列分裂和复制等事件,这是单细胞受精卵发育到成熟有机体的重要过程,也是毛发、皮肤、血细胞和一些内部器官更新的过程.主要分为如下几个阶段:1)DNA复制合成阶段;2)G2间隙期;3)有丝分裂阶段;4)G1间隙期;5)DNA复制合成阶段或静止状态;再从1)反复.细胞分裂必须与机体的整体生长相协调,并满足例如伤口愈合等特定情形的需要.在协调过程中可能通过细胞凋亡杀死细胞,这是一种可能导致癌症或突变的缺陷.细胞周期蛋白D(CycD)的正负信号是用来控制细胞是执行分裂还是保持静止的协调机制.一种哺乳动物细胞周期的布尔控制网络模型建立于文献[77],该模型含有9个状态节点和1个输入节点,包括:Rb、E2F、p27、Cdh1、UbcH10、Cdc20、CycA、CycB等细胞周期蛋白信息.文献[53]初步讨论了该模型在常值输入和同步更新下的能观性问题,讨论了利用哪些状态变量作为输出可以确定网络的初始状态,并指出了该模型的能观性需要输出必须含有除CycB外其他8个状态变量信息.

一个布尔网络在经历有限时间的演变后,状态进入一个极限圈或者不动点.从生物角度而言,科研人员更关心于生物系统在极限圈中的状态,因为极限圈反应了一个生物系统或者病毒入侵后细胞演化稳定时的状况,所以也有一种状态能观性问题是假设初始状态 $x(0)$ 已经处于极限圈<sup>[53]</sup>,这与能检性的目的类似.

关于布尔控制网络能检性,其成果已初步用来分析大肠杆菌(*bacterium escherichia coli*)中的乳糖操纵子的原理<sup>[37]</sup>.该生物模型是由文献[78]提出,模型中含有10个状态节点、3个输入节点和7个输出节点,包括:乳糖信使RNA、阻遏蛋白、透性酶、分解代谢基因活化蛋白、胞外葡萄糖等信息.通过分析得到此模型是D2-不能观的<sup>[61]</sup>,但是强能检的<sup>[37]</sup>.在如下3种输入 $u_1$ (胞外葡萄糖)、 $u_2$ (高胞外乳糖)、 $u_3$ (中胞外乳糖)任意5步输入后,均可以检测到系统状态,并得到5步后的61种状态组合,以及对应的输入序列和输出序列数据.从而建立61组5步数据的对应表,依据5步输入和输出判断系统当前状态,极大地便利了科研人员的研究和使用.

能观性和能检性结果已应用于多个生物模型,这里仅概述其中两个相关成果.有必要指出的是,关于能观性和能检性成果至今更多的是理论呈现,其实际应用仍然是比较初步的.例如本节首先回顾的哺乳动物细胞分裂周期实例,Faure等<sup>[77]</sup>指出该网络的同步更新无法实现多协调变化的时间分离,纯异步更新一般是不兼容或不现实的,将同步与异步组合可解决该多协调变化问题.文献[53]仅讨论了此网络在常值输入 $u(t) \equiv \delta_2^1$ 和同步更新下的能观性,其异步更新或同步异步组合时的能观性能够揭示哪些生物现象值得进一步探讨.再如后面回顾的大肠杆菌实例,其输入节点有3个,这意味着对应3种蛋白进行不断调试,而多种白蛋白的不断调试从时间上或生理上有时是不切实际的,那么可否减少输入节点或者可否实现降阶检测也是有意义的课题,可进一步参考文献[41-42, 47, 66-67, 75].

## 6 结论

本文是对布尔控制网络的能观性和能检性的基本概念、联系与比较以及最新成果的介绍.文献[79]提到过这样一段话“系统生物学的一个主要任务是发展复杂生物系统的控制理论”.近些年,国内外病毒疫情四起,布尔控制网络的状态估计(能观性和能检性)正是处理病毒检疫的理论课题,正如文中所提及的哺乳动物的细胞周期和大肠杆菌中的乳糖操纵子原理的应用回顾,相关结果可直接应用于生物基因系统的疾病诊断、检测、治疗和一些工程系统的故障检测,因此有必要对该研究课题作一些总结工作.半张量积工具和布尔网络的结合还在慢慢成熟中,仍有大量问题亟待解决,相信本文能为科研人员提供一个思考的方向和应用的支持.

## 参考文献(References)

- [1] Kauffman S A. Metabolic stability and epigenesis in randomly constructed genetic nets[J]. *Journal of Theoretical Biology*, 1969, 22(3): 437-467.
- [2] Akutsu T, Miyano S, Kuhara S. Identification of genetic networks from a small number of gene expression patterns under the Boolean network model[C]. *Proceedings Pacific Symposium on Biocomputing*. Hawaii: World Scientific, 1999, 4: 17-28.
- [3] Albert R, Barabasi A. Dynamics of complex systems: Scaling laws for the period of Boolean networks[J]. *Physical Review Letters*, 2000, 84(24): 5660-5663.
- [4] Shmulevich I, Dougherty E R, Kim S, et al. Probabilistic Boolean networks: A rule-based uncertainty model for gene regulatory networks[J]. *Bioinformatics*, 2002, 18(2): 261-274.
- [5] Shmulevich I, Dougherty E R, Zhang W. From Boolean



- to probabilistic Boolean networks as models of genetic regulatory networks[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2002, 90(11): 1778-1792.
- [6] Cheng D Z, Qi H S. A linear representation of dynamics of Boolean networks[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(10): 2251-2258.
- [7] Cheng D Z, Qi H S, Li Z. Analysis and control of Boolean networks: A semi-tensor product approach[M]. London: Springer, 2011: 1-101.
- [8] Cheng D Z, Qi H S, Zhao Y. An introduction to semi-tensor product of matrices and its applications[M]. London: Springer, 2012: 1-101.
- [9] 钱学森, 宋健. 工程控制论[M]. 北京: 科学出版社, 1983: 681-744.  
(Qian X S, Song J. Engineering cybernetics[M]. Beijing: Science Press, 1983: 681-744.)
- [10] Laschov D, Margaliot M. A maximum principle for single-input Boolean control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(4): 913-917.
- [11] Bof N, Fornasini E, Valcher M E. Output feedback stabilization of Boolean control[J]. *Automatica*, 2015, 57: 21-28.
- [12] Meng M, Xiao G X, Zhai C, et al. Controllability of Markovian jump Boolean control networks[J]. *Automatica*, 2019, 106: 70-76.
- [13] 梅生伟, 刘锋, 薛安成. 电力系统暂态分析中的半张量积方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2010: 1-313.  
(Mei S W, Liu F, Xue A C. A semi-tensor product approach to transient analysis of power systems[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2010: 1-313.)
- [14] Li H T, Zhao G D, Guo P L, et al. Analysis and control of finite-value systems[M]. London: Taylor & Francis Group CRC Press, 2018: 1-276.
- [15] 冯俊娥, 贾淼. 混合值逻辑网络的集合稳定[J]. *控制与决策*, 2019, 34(2): 269-273.  
(Feng J E, Jia M. Set stability of mix-valued logical networks[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(2): 269-273.)
- [16] 冯俊娥, 于永渊, 李海涛. 受限布尔网络发展现状[J]. *控制与决策*, 2018, 33(5): 960-968.  
(Feng J E, Yu Y Y, Li H T. Recent development of Boolean networks with constraints[J]. *Control and Decision*, 2018, 33(5): 960-968.)
- [17] 程代展, 夏元清, 马宏宾, 等. 矩阵代数、控制与博弈[M]. 第2版: 北京: 北京理工大学出版社, 2018: 1-348.  
(Cheng D Z, Xia Y Q, Ma H B, et al. Matrix algebra, control and game theory[M]. 2nd ed. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2018: 1-348.)
- [18] 于永渊, 冯俊娥, 潘金凤. 有序势博弈及其在智能体无线网络中的应用[J]. *控制与决策*, 2017, 32(3): 393-402.  
(Yu Y Y, Feng J E, Pan J F. Ordinal potential game and its application in agent wireless networks[J]. *Control and Decision*, 2017, 32(3): 393-402.)
- [19] Xu X R, Hong Y G. Observability analysis and observer design for finite automata via matrix approach[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2013, 7(12): 1609-1615.
- [20] Yan Y Y, Chen Z Q, Liu Z X. Semi-tensor product approach to controllability and stabilizability of finite automata[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2015, 26(1): 134-141.
- [21] Yan Y Y, Chen Z Q, Yue J M, et al. STP approach to model controlled automata with application to reachability analysis of DEDS[J]. *Asian Journal of Control*, 2016, 18(6): 2027-2036.
- [22] Han X G, Chen Z Q. A matrix-based approach to verifying stability and synthesizing optimal stabilizing controllers for finite-state automata[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355(17): 8642-8663.
- [23] Han X G, Chen Z Q, Liu Z X, et al. The detection and stabilisation of limit cycle for deterministic finite automata[J]. *International Journal of Control*, 2018, 91(4): 874-886.
- [24] Xu X R, Hong Y G. Matrix approach to model matching of asynchronous sequential machines[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(11): 2974-2979.
- [25] Wang B, Feng J E, Meng M. Matrix approach to model matching of composite asynchronous sequential machines[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2017, 11(13): 2122-2130.
- [26] Wang J J, Han X G, Chen Z Q, et al. Model matching of input/output asynchronous sequential machines based on the semi-tensor product of matrices[J]. *Future Generation Computer Systems*, 2017, 83: 468-475.
- [27] Wang B, Feng J E, Li H T. Matrix approach to reachability of parallel interconnected asynchronous sequential machines[C]. *Proceedings of the 12th Asian Control Conference*. Kitakyushu: IEEE, 2019: 1548-1553.
- [28] Wang B, Feng J E, Meng M. Model matching of switched asynchronous sequential machines via matrix approach[J]. *International Journal of Control*, 2019, 92(10): 2430-2440.
- [29] Wang B, Feng J E. A matrix approach for the static correction problem of asynchronous sequential machines[J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2020, 18(2): 477-485.
- [30] Han X G, Chen Z Q, Su R. Synthesis of minimally restrictive optimal stability-enforcing supervisors for nondeterministic discrete event systems[J]. *Systems & Control Letters*, 2019, 123: 33-39.
- [31] Wang B, Feng J E, Meng M. Matrix approach to detectability of discrete event systems[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, 356(12): 6460-6477.
- [32] Zhang Z P, Chen Z Q, Han X G, et al. On the static output feedback stabilisation of discrete event dynamic systems based upon the approach of semi-tensor product of matrices[J]. *International Journal of Systems Science*, 2019, 50(8): 1595-1608.

- [33] Cheng D Z, Qi H S. Controllability and observability of Boolean control networks[J]. *Automatica*, 2009, 45(7): 1659-1667.
- [34] Zhao Y, Qi H S, Cheng D Z. Input-state incidence matrix of Boolean control networks & its applications[J]. *Systems and Control Letters*, 2010, 59(12): 767-774.
- [35] Cheng D Z, Zhao Y. Identification of Boolean control networks[J]. *Automatica*, 2011, 47(4): 702-710.
- [36] Fornasini E, Valcher M E. Observability, reconstructibility and state observers of Boolean control networks[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(6): 1390-1401.
- [37] Wang B, Feng J E, Li H T, et al. On detectability of Boolean control networks[J]. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2020, 36: 100859.
- [38] Kalman R E, Falb P L, Arbib M A. Topics in mathematical systems theory[M]. New York: McGraw Hill, 1969: 175-190.
- [39] Li F, Sun J T. Observability analysis of Boolean control networks with impulsive effects[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2011, 5(14): 1609-1616.
- [40] Zhang L J, Zhang K Z. Controllability and observability of Boolean control networks with time-variant delays in states[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2013, 24(9): 1478-1484.
- [41] Guo Y Q, Gui W H, Yang C H. Redefined observability matrix for Boolean networks and distinguishable partitions of state space[J]. *Automatica*, 2018, 91: 316-319.
- [42] Yu Y Y, Wang B, Feng J E. Input observability of Boolean control networks[J]. *Neurocomputing*, 2019, 333: 22-28.
- [43] Zhang K Z, Zhang L J. Observability of Boolean control networks: A unified approach based on finite automata[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(9): 2733-2738.
- [44] Zhang L Q, Feng J E, Yao J. Controllability and observability of switched Boolean control networks[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2012, 6(16): 2477-2484.
- [45] Meng M, Li B Y, Feng J E. Controllability and observability of singular Boolean control networks[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2015, 34(4): 1233-1248.
- [46] Li Y L, Li J J, Ma Z M, et al. Controllability and observability of state—Dependent switched Boolean control networks with input constraints[J]. *Asian Journal of Control*, 2019, 21(6): 2662-2673.
- [47] Cheng D Z, Li C X, He F H. Observability of Boolean networks via set controllability approach[J]. *Systems & Control Letters*, 2018, 115: 22-25.
- [48] Wang Y H, Zhang X, Hao Y Q, et al. Robust controllability and observability of Boolean control networks[C]. The 37th Chinese Control Conference. Wuhan: IEEE, 2018: 25-27.
- [49] Wang Y H, Zhang X, Hao Y Q. Robust controllability and observability of Boolean control networks under different disturbances[J]. *Mathematical Problem in Engineering*, 2019: 1-9.
- [50] Zhu Q X, Liu Y, Lu J Q, et al. Observability of Boolean control networks[J]. *Science China: Information Sciences*, 2018, 61(9): 092201.
- [51] Zhu Q X, Liu Y, Lu J Q, et al. Controllability and observability of Boolean control networks via sampled-data control[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2019, 6(4): 1291-1301.
- [52] Wu G S, Dai L Y, Liu Z M, et al. Online observability of Boolean Control Networks[EB/OL]. 2019, arXiv: 1903.07462.
- [53] Laschov D, Margaliot M, Even G. Observability of Boolean networks: A graph-theoretic approach[J]. *Automatica*, 2013, 49(8): 2351-2362.
- [54] Wu Y H, Xu J X, Sun X M, et al. Observability of Boolean multiplex control networks[J]. *Scientific Reports*, 2017, 7(1): 46495.
- [55] Li F F, Ho D W C. Observability of Boolean networks with redundant channels[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 2019, DOI: 10.1109/TCSII.2019.2940238.
- [56] Li R, Yang M, Chu T G. Observability conditions of Boolean control networks[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2014, 24(17): 2711-2723.
- [57] Gao Z, Wang B, Feng J E, et al. A note on observability of switched Boolean control networks[C]. 2019 Chinese Control Conference. Piscataway: IEEE, 2019: 336-341.
- [58] Li T T, Wang B, Feng J E, et al. Observability of singular Boolean control networks[C]. 2019 Chinese Control Conference. Piscataway: IEEE, 2019: 439-447.
- [59] Yu Y Y, Meng M, Feng J E. Observability of Boolean networks via matrix equations[J]. *Automatica*, 2020, 111: 108621.
- [60] Zhang K Z, Johansson K H. Efficient observability verification for large-scale Boolean control networks[C]. The 37th Chinese Control Conference. Piscataway: IEEE, 2018: 560-568.
- [61] Cheng D Z, Qi H S, Liu T, et al. A note on observability of Boolean control networks[J]. *Systems & Control Letters*, 2016, 87: 76-82.
- [62] Zhang K Z, Zhang L J, Xie L H. Finite automata approach to observability of switched Boolean control networks[J]. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2016, 19: 186-197.
- [63] Guo Y Q. Observability of Boolean control networks using parallel extension and set reachability[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, 29(12): 6402-6408.
- [64] Fornasini E, Valcher M. Observability and reconstructibility of Boolean control networks[C].

- Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control. Hawaii: IEEE, 2012: 2574-2580.
- [65] Zhang K Z, Zhang L J, Su R. A weighted pair graph representation for reconstructibility of Boolean control networks[J]. *Siam Journal on Control and Optimization*, 2016, 54(6): 3040-3060.
- [66] Zhang K Z. Observability and reconstructibility of large-scale Boolean control networks via network aggregations[EB/OL]. 2017, arXiv:1704.03231.
- [67] Zhang Z H, Leifeld T, Zhang P. Reconstructibility analysis and observer design for Boolean control networks[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2020, 7(1): 516-528.
- [68] Guo Y Q, Wang P, Gui W H, et al. Set stability and set stabilization of Boolean control networks based on invariant subsets[J]. *Automatica*, 2015, 61: 106-112.
- [69] Yu Y Y, Feng J E, Wang B, et al. Sampled-data controllability and stabilizability of Boolean control networks: Nonuniform sampling[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355(12): 5324-5335.
- [70] Li F F, Tang Y. Set stabilization for switched Boolean control networks[J]. *Automatica*, 2017, 78: 223-230.
- [71] Xu M X, Liu Y, Lou J G, et al. Set stabilization of probabilistic Boolean control networks: A sampled-data control approach[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019: 1-8.
- [72] Xu X J, Liu Y S, Li H T, et al. Robust set stabilization of Boolean control networks with impulsive effects[J]. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, 2018, 23(4): 553-567.
- [73] Liu R J, Lu J Q, Zheng W X, et al. Output feedback control for set stabilization of Boolean control networks[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019: 1-11.
- [74] Liu R J, Lu J Q, Lou J G, et al. Set stabilization of Boolean networks under pinning control strategy[J]. *Neurocomputing*, 2017, 260: 142-148.
- [75] Wang B, Feng J E. On detectability of probabilistic Boolean networks[J]. *Information Sciences*, 2019, 483: 383-395.
- [76] Fornasini E, Valcher M E. Observability and reconstructibility of probabilistic Boolean networks[J]. *IEEE Control Systems Letters*, 2020, 4(2): 319-324.
- [77] Faure A, Naldi A, Chaouiya C, et al. Dynamical analysis of a generic Boolean model for the control of the mammalian cell cycle[J]. *Bioinformatics*, 2006, 22(14): 124-131.
- [78] Veliz-Cuba A, Stigler B. Boolean models can explain bistability in the lac operon[J]. *Journal of Computational Biology*, 2011, 18(6): 783-794.
- [79] Kitano H. Computational systems biology[J]. *Nature*, 2002, 420(6912): 206-210.

### 作者简介

王彪(1986—),男,博士,从事布尔网络与自动机理论等研究, E-mail: wangbiao@sdu.edu.cn;

冯俊娥(1971—),女,教授,博士生导师,从事复杂网络及其应用等研究, E-mail: fengjune@sdu.edu.cn.

### 科研团队简介

冯俊娥教授科研团队立足于山东大学数学学院,长期专注于逻辑网络与鲁棒控制方面的研究,一直倡导将前沿性基础研究成果与实际应用需求紧密相连.团队近年来对布尔网络、受限逻辑网络、有限自动机、有限演化博弈等几类有限值动态系统的分析与控制进行深入研究,这些系统在基因调控、信息安全、电子电路、宏观经济等诸多领域有着广泛应用,并取得了一系列高质量的科研成果,获得了国内外同行专家的广泛关注和高度评价.

在布尔网络方面,提出了奇异布尔网络、隐布尔网络、马尔可夫跳变布尔网络等原创性概念,建立了有关稳定性、能控性、能观性等分析方法,并应用于染色问题、渡河决策问题和智能交通系统等.在有限自动机方面,提出了一种基于矩阵的解决组合异步时序机(级联、并联、切换)模型匹配问题的方法,给出了模型匹配问题的可解判据和相关控制器设计.

团队带头人冯俊娥教授主持国家及省部级自然科学基金项目10余项.现任中国自动化学会信息物理系统控制与决策专业委员会委员、山东省自动化学会理事、美国数学评论评论员、*Cogent Mathematics & Statistics*编委、《控制与决策》编委以及IEEE控制系统学会编委.团队研究生多人获得教育部颁发的国家奖学金、山东省优秀硕士博士毕业生等荣誉,毕业硕士博士半数以上就职于高校或研究所.团队共发表SCI论文100余篇, EI论文50余篇,近五年累计国际和国内会议特邀报告40余次.

(责任编辑: 郑晓蕾)