控制与决策
Control and Decision

信息物理环境下不确定系统的随机分布式预测控制

杨晓峰， 谢巍， 张浪文

引用本文:
杨晓峰, 谢巍, 张浪文. 信息物理环境下不确定系统的随机分布式预测控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(8): 1895-1901.

在线阅读 View online: https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1786

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于因果逻辑关系的CPS分布式控因研究

Research on distributed control-cause for cyber-physical system based on cause-effect logic relations

控制与决策. 2019, 34(11): 2337-2342 https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1680

DoS攻击下的信息物理系统事件触发预测控制设计

Event-triggered predictive control of cyber-physical systems under DoS attacks

控制与决策. 2019, 34(11): 2303-2309 https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0215

具有双边随机时延和丢包的网络控制系统稳定性分析

Stability analysis for networked control systems with bilateral random delay and packet dropout

控制与决策. 2017, 32(9): 1565-1573 https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.1035

基于HTCPN和隐马尔科夫的网络控制系统模型分析

Model analysis of network control systems based on HTCPN and hidden Markov

控制与决策. 2017, 32(9): 1689-1694 https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0512

分布式电网CPS系统数据攻击下的状态估计

State estimation for distributed cyber-physical power systems under data attacks

控制与决策. 2016(2): 331-336 https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.1748

文章编号: 1001-0920(2020)08-1895-07 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2018.1786

信息物理环境下不确定系统的随机分布式预测控制

杨晓峰, 谢 巍, 张浪文†

(华南理工大学 自动化科学与工程学院，广州 510640)

摘 要: 针对信息物理系统环境下可能发生的信息丢包问题,提出一种随机分布式预测控制的分析与设计方法. 考虑控制器端到执行器端的传输丢包,采用马尔科夫过程对这一丢包过程进行描述. 通过对马尔科夫跳变的线性模型进行增广,研究一种具有随机丢包不确定系统的分布式预测控制方法;将系统分解成多个子系统进行描述,研究基于最小最大化优化的分布式预测控制器设计方法,并提出基于迭代交互的子控制器协调算法. 将随机分布式预测控制算法在实际电机系统中进行仿真测试,以验证所提出方法的有效性.

关键词: 信息物理系统；随机丢包；马尔科夫跳变；不确定系统；分布式预测控制

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

A stochastic distributed predictive control algorithm for uncertain systems under cyber-physical system environment

YANG Xiao-feng, XIE Wei, ZHANG Lang-wen†

(College of Automation Science and Technology，South China University of Technology，Guangzhou 510640，China)

Abstract: Aiming at the packet loss problem that may occur under the structure of Cyber-Physical Systems, an analysis and design method of stochastic distributed model predictive control is proposed. The packet dropouts from the controller to actuator transmission channel is modeled with the Markov process. By augmenting the linear model of Markov jump, a distributed model predictive control method is designed for the stochastic uncertain system with packet loss. The system is decomposed into multiple subsystems, a stochastic distributed predictive control is designed based on the minimum maximization optimization problem. An iterative algorithm is proposed for the coordination of the distributed predictive controllers. The proposed distributed predictive control algorithm is tested on a DC motor system, and is verified to be effective.

Keywords: cyber-physical systems；packet dropouts；Markov jump；uncertain systems；distributed predictive control

0 引 言

模型预测控制已成功应用于交通系统、电力调节系统和生物过程系统等领域[1-2]. 在每个采样时刻,预测控制通过优化一个性能指标,求解将来若干步的控制输入,并将当前时刻的输入施加到系统中,在下一个时刻滚动优化新的控制输入. 由于预测控制要求在线优化,在应用于复杂系统时控制器优化时间可能出现大于采样周期的情况,控制器无法及时优化系统输入,导致集中式预测控制难以适用[3-4].

信息物理系统结构下,模型不确定和信息丢包是不可避免的两个突出问题. 近年来,对线性参数变化系统的预测控制策略研究有了很大进展[5],由于需要在线求解线性矩阵不等式得到状态反馈控制律[6],减少求解问题的优化变量和不等式个数对降低计算时间具有重要的意义. 同时,实际物理过程中,由于信息丢包的存在,会导致系统的闭环性能变差,甚至不稳定. 通常采用伯努利或随机马尔科夫过程对随机问题进行描述[7-8].

为了处理控制器设计的计算复杂性问题,人们提出了分散式模型预测控制算法,即不直接考虑子系统之间的耦合关系,对每个子系统设计鲁棒分散式预测算法[9-10]. 由于在控制器设计过程中不需要迭代计

收稿日期: 2018-12-28；**修回日期:** 2019-03-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61803161)；广东省引进创新创业团队计划项目 (2016YT03G125)；江门市创新科研团队引进项目 (2017TD03)；广东省科技计划项目 (2018B010108001, 2017B090914001, 2017A040405023, 2017B090901040, 2017B030306017)；广州市科技计划项目 (201707010152)；广东省自然科学基金项目 (2018A030310371)；中央高校基本科研业务费专项资金项目 (2018A030310371).

责任编委: 毛志忠.

†通讯作者. E-mail: aulwzhang@scut.edu.cn.

算,计算时间较低. 对于强耦合系统,由于未充分考虑耦合关系,导致分散预测控制方法并不能获得较好的控制效果[11]. 分布式预测控制方法考虑系统的耦合关系[12-13],将集中系统分解成多个子系统,针对各子系统独立设计控制器,并设计迭代算法使控制器协调一致. 基于分布式结构的控制算法不仅可以降低控制器优化所需时间,而且在控制器结构的鲁棒性和灵活性诸多方面都具有优势,因此对推动模型预测控制算法应用于更广泛的系统具有重要意义[14-15].

本文考虑存在信息丢包的信息物理系统,将系统分解成多个子系统进行描述,研究基于最小最大化优化的分布式预测控制器设计方法,并提出基于迭代交互的子控制器协调算法. 将随机分布式预测控制算法在实际电机系统中进行仿真测试,以验证所提出方法的有效性.

1 问题描述

本文考虑如下模型不确定系统,该系统控制器到执行器端发生随机丢包现象:

$$\begin{cases} x(k+1)=A(k)x(k)+\gamma(k)B(k)u(k),\\ y(k)=C(k)x(k),\\ [A(k),B(k),C(k)]\in\Omega,\\ 0\leqslant \Pr(\gamma(k+1)=0|\gamma(k)=1)=\alpha\leqslant 1,\\ 0\leqslant \Pr(\gamma(k+1)=1|\gamma(k)=0)=\beta\leqslant 1. \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x(\cdot)\in \boldsymbol{R}^n$、$u(\cdot)\in \boldsymbol{R}^m$、$y(\cdot)\in \boldsymbol{R}^s$ 分别为系统状态、输入和输出; $A(k)$、$B(k)$、$C(k)$ 分别为系统的状态矩阵、输入矩阵和输出矩阵; 条件概率 $\Pr(a|b)$ 表示条件 b 成立时,条件 a 成立的概率.

所考虑系统矩阵是关于时变参数 $\lambda(k)=[\lambda_1(k),\ldots,\lambda_L(k)]$ 的仿射函数,其中 $0\leqslant\lambda_\xi\leqslant 1,\sum\limits_{\xi=1}^{L}\lambda_\xi=1$. 多胞不确定系统矩阵在包含 L 个子系统的凸包间变化, $\Omega\triangleq \mathrm{Co}\{[A^{(\xi)},B^{(\xi)},C^{(\xi)}]\}$. 其中 $\mathrm{Co}\{\cdot\}$ 为凸包, 有 $[A(k),B(k),C(k)]=\sum\limits_{\xi=1}^{L}\lambda_\xi[A^{(\xi)},B^{(\xi)},C^{(\xi)}]$.

受网络传输的限制,从控制器端到执行器端的控制信号容易丢失. 引入 $\gamma(k)$ 表示在 k 时刻的丢包,其中 $\gamma(k)=1$ 表示执行器成功获得控制器端传来的信号, $\gamma(k)=0$ 表示控制器端传来的控制信号丢失. 假设这一丢包过程服从离散时间马尔科夫过程 $W=\{0,1\}$,相应的转移概率为

$$\Pi=\begin{bmatrix}1-\beta & \beta\\ \alpha & 1-\alpha\end{bmatrix}, \tag{2}$$

其中 α、β 分别为丢失的概率和恢复正常的概率.

在集中式预测控制中,通常设计一组控制器 $u(l,k)=F(k)x(l,k)$,使如下性能指标最小:

$$J_\infty(k)=\sum_{i=0}^{\infty}\{\|x(l,k)\|_Q^2+\|u(l,k)\|_R^2\}. \tag{3}$$

其中: $Q\in \boldsymbol{R}^{n\times n}$、$R\in \boldsymbol{R}^{m\times m}$ 分别为状态和输入矩阵, $x(l,k)$ 为 k 时刻对将来 $k+l$ 时刻状态的预测, $u(l,k)$ 为 k 时刻对将来 $k+l$ 时刻的输入.

在每个采样时刻 k,集中式优化问题可描述为

$$\begin{aligned}&\min_{u(l,k),\ l=0,1,\ldots,\infty}\ \max_{[A(k),B(k),C(k)]\in\Omega} J_\infty(k);\\ &\text{s.t. 式(1)}\sim(3).\end{aligned} \tag{4}$$

在集中式预测控制中,通常设计一个单一的控制器,因此只有一个通道传输将控制信息 $u(k)$ 传输到执行器. 如果通信通道失效,则所有的控制信息将被丢失 $(\gamma(k)=0)$,系统的性能将受到极大的影响.

针对集中式预测控制的这一不足,本文设计随机丢包条件下的分布式预测控制方法,如图1所示. 对分布式子系统设计子系统控制器,对每个控制器进行分布式优化并传输到各子系统执行器,有如下优势: 1)通过分布式优化,控制器设计的计算负担得到减少; 2)通信通道的可靠性得到提高,如果部分通道失效或发生丢包,则由于其他通道仍然在运行,闭环系统的控制性能所受影响降低.

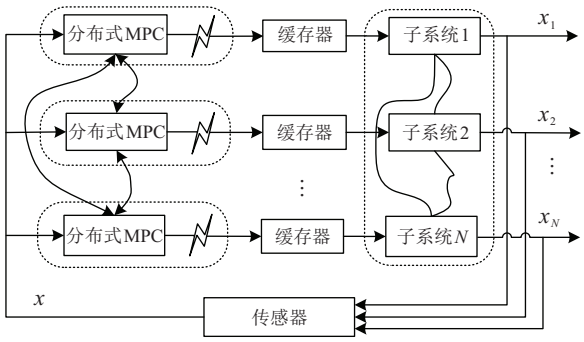

图1 分布式模型预测控制结构

为设计分布式预测控制器,将模型(1)改写成

$$\begin{bmatrix}x_{11}(k+1)\\ \vdots\\ x_{ii}(k+1)\\ \vdots\\ x_{NN}(k+1)\end{bmatrix}=A(k)\begin{bmatrix}x_{11}(k)\\ \vdots\\ x_{ii}(k)\\ \vdots\\ x_{NN}(k)\end{bmatrix}+\gamma(k)[B_1(k)\ \cdots\ B_N(k)]\begin{bmatrix}u_1(k)\\ \vdots\\ u_i(k)\\ \vdots\\ u_N(k)\end{bmatrix}. \tag{5}$$

得到紧凑形式

$$x_i(k+1)=A(k)x_i(k)+\gamma(k)B_i(k)u_i(k)+\gamma(k)\sum_{j=1,j\neq i}^{N}B_j(k)u_j^{\star}(k). \tag{6}$$

其中: $x_i(k)\in \boldsymbol{R}^n$、$u_i(k)\in \boldsymbol{R}^m$ 分别为子系统 i 在 k 时刻的状态和输入, $B_i(k)$ 为 $B(k)$ 的第 i 列.

为了补偿马尔科夫丢包的影响,定义 $u_i^d(k)$ 为

$$u_i^d(k)=\begin{cases}u_i(k),\ \gamma(k)=1;\\ \delta u_i^d(k-1),\ \gamma(k)=0.\end{cases} \tag{7}$$

进一步可写为如下形式:

$$u_i^d(k)=\gamma(k)u_i(k)+(1-\gamma(k))\delta u_i^d(k-1). \tag{8}$$

如图1所示,在控制器到执行器端增加一个缓存器,用于存储上一时刻施加到系统的控制 $u_i^d(k-1)$,并根据是否有新的数据包触发判断是否发生丢包. 根据补偿策略(8),如果缓存器获得 $u_i(k)$,则将其施加到对象中,并更新缓存器存储的控制策略 $u_i^d(k)=u_i(k)$;如果缓存器没有获得新的数据包,则使用缓存器存储的数据包 $u_i^d(k-1)$ 施加到系统. 通常,假设在初始时刻 $k=0$ 控制器输出能够成功传输到执行器,即有 $\gamma(0)=1$.

分布式系统模型可以写成

$$x_i(k+1)=A(k)x_i(k)+B_i(k)u_i^d(k)+\sum_{j=1,j\neq i}^{N}B_j(k)u_j^{d\star}(k). \tag{9}$$

其中: $\delta\in[0,1]$ 为遗忘因子, $u_i^d(k)$ 为 k 时刻实际施加到系统中的输入, $u_i(k)$ 为控制器求解的系统输入, $u_i^{d\star}(k)$ 为系统 j 的输入.

引理1 如果对于任意初始状态 $x_i(0)$,满足条件 $\varepsilon_{z_i(k)}\Big\{\sum\limits_{k=0}^{\infty}x_i^{\mathrm{T}}(k)x_i(k)\Big\}<\infty$,则各子系统(9)的闭环系统是随机稳定的[5].

2 随机分布式预测控制分析与设计

由第1节可知模型不确定子系统 $[A_i(k),B_i(k),B_j(k)]=\sum\limits_{i=1}^{L}\lambda_\xi[A_i^{(\xi)},B_i^{(\xi)},B_j^{(\xi)}]$,考虑如下分布式反馈控制律设计:

$$u_i(l,k)=F_{ii}(k)x_{ii}(l,k)+\sum_{j=1\neq i}^{N}F_{ij}(k)x_{jj}(l,k)=F_i(k)x_i(l,k). \tag{10}$$

对于 $u_j(l,k)$,有

$$u_j(l,k)=F_{jj}x_{jj}(l,k)+\sum_{i=1\neq j}^{N}F_{ji}(k)x_{ii}(l,k)=F_j(k)x_j(l,k). \tag{11}$$

其中: $u_i(l,k)$ 为 $u_i(k+l|k)$ 的缩写,表示将来 l 时刻的控制输入; $x_i(l,k)$ 为 $x_i(k+l|k)$;以下 $z(l,k)$ 同理.

2.1 分布式预测控制器设计

各子系统共享状态信息,有 $x_1(k)=\ldots=x_N(k)$,进而有 $u_j(k)=F_j^{\star}(k)x_j(k)=F_j^{\star}(k)x_i(k)$,那么

$$u_i^d(k)=\gamma(k)F_i(k)x_i(k)+(1-\gamma(k))u_i^d(k-1). \tag{12}$$

为了得到闭环系统的统一表述,令 $u_j^d(k-1)=F_j(k-1)x_j(k)$, $z_i(k)=[x_i^{\mathrm{T}}(k)\quad u_i^d(k-1)^{\mathrm{T}}]$,得到

$$z_i(k+1|k)=\begin{bmatrix}\dagger_i & (1-\gamma(k))\delta B_i(k)\\ \flat_i & (1-\gamma(k))I\end{bmatrix}z_i(k). \tag{13}$$

其中

$$\dagger_i=\bar{A}_i(k)+B_i(k)F_i(k),\ \flat_i=\gamma(k)F_i,$$

$$\bar{A}_i(k)=A_i(k)+B_j(k)\sum_{j=1\neq i}^{N}F_j^{\star}(k),$$

$F_j^{\star}(k)$ 为子系统 j 传输给子系统 i 的反馈控制律.

对于子系统 i,给出一个鲁棒性能指标的上界 $V_i(k)\leqslant\rho_i$,得到如下优化问题:

$$\min_{u_i(l),\ l=0,1,\ldots,\infty}\ \max_{[A_i(k),B_i(k),B_j(k)]\in\Omega}J_i(k);\quad \text{s.t. 式(5)}\sim(13). \tag{14}$$

其中

$$J_i(k)=\sum_{l=0}^{\infty}\varepsilon_{z_i(k)}\Big\{\|z_i(l,k)\|_{\bar{Q}_i}^2+\|u_i(l,k)\|_{R_i}^2+\sum_{j=1,j\neq i}^{N}\|u_j(l,k)\|_{R_j}^2\Big\},\ \bar{Q}_i=\mathrm{diag}\{Q_i,0\},$$

$Q_i>0$、$R_i>0$ 为子系统 i 的状态和输入权重.

由于 $J_i(k)$ 是一个无穷时域性能指标,上述优化问题(14)在计算上不可求解. 为了推导系统的随机稳定性,定义如下二次函数:

$$V_i(l)=z_i^{\mathrm{T}}(l,k)\begin{bmatrix}P_{i,\gamma(l)} & 0\\ 0 & G_{i,\gamma(l)}\end{bmatrix}z_i(l,k). \tag{15}$$

其中: $\gamma(l)\in W=\{0,1\}$, $P_{i,\gamma(l)}\in\boldsymbol{R}^{n\times n}$, $G_{i,\gamma(l)}\in\boldsymbol{R}^{n\times n}$ 为正定矩阵. 引入如下鲁棒稳定性条件,以保证闭环系统的随机稳定性:

$$\varepsilon_{z_i(k)}\{V_i(l+1,k)-V_i(l,k)\}\leqslant-\varepsilon_{z_i(k)}\Big\{\|z_i(l,k)\|_{\bar{Q}_i}^2+\sum_{j=1}^{N}\|u_j(l,k)\|_{R_j}^2\Big\}. \tag{16}$$

对式(16)从 $l=0$ 到 $l=\infty$ 累加,得到性能指标的上界 $\max\limits_{[A_i(k),B_i(k),B_j(k)]}J_i(k)\leqslant V_i(k)$. 如果满足鲁棒稳定条件(16),则得到 $\lim\limits_{l\to\infty}z_i(l,k)=0$. 因此,分布式

预测控制器设计的目的是设计状态反馈控制律(10),使$V(k)$的上界最小化,即

$$\min_{u_i(l,k),\ l=0,1,\ldots,\infty} \rho_i;\ \text{s.t.}\ V_i(k) \leqslant \rho_i. \tag{17}$$

定理1 给定δ,若存在$\rho_i \geqslant 0$,对称矩阵$\bar{P}_{i,0}$、$\bar{G}_{i,0}$、$\bar{P}_{i,1}$、$\bar{G}_{i,1}$、$\bar{W}_{i,0}$、$\bar{T}_{i,0}$、$\bar{W}_{i,1}$、$\bar{T}_{i,1}$和任意矩阵Y_i、Z_i,对于$\xi = 1,2,\ldots,L, p = 1,2,\ldots,2^{m_i}$,有

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{P}_{i,1} & 0 \\ 0 & \bar{G}_{i,1} \end{bmatrix} & \star \\ L_{i,12} & L_{i,22} \end{bmatrix} \geqslant 0, \tag{18}$$

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{W}_{i,1} & 0 \\ 0 & \bar{T}_{i,1} \end{bmatrix} & \star \\ H_{i,12} & H_{i,22} \end{bmatrix} \geqslant 0, \tag{19}$$

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{P}_{i,0} & 0 \\ 0 & \bar{G}_{i,0} \end{bmatrix} & \bar{L}_{i,12} \\ \star & \bar{L}_{i,22} \end{bmatrix} \geqslant 0, \tag{20}$$

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{W}_{i,0} & 0 \\ 0 & \bar{T}_{i,0} \end{bmatrix} & \bar{H}_{i,12} \\ \star & H_{i,22} \end{bmatrix} \geqslant 0, \tag{21}$$

则满足鲁棒稳定性条件(16). 其中

$$L_{i,22} = \mathrm{diag}\{\bar{W}_1, \bar{T}_1, \rho_i \bar{Q}_i^{-1}, \rho_i R_i^{-1}\},$$

$$L_{i,12} = \begin{bmatrix} \bar{A}_i^{(\xi)} \bar{P}_{i,1} + B_i^{(\xi)} Y_i & 0 \\ Y_i & 0 \\ \bar{P}_{i,1} & 0 \\ Y_i & 0 \end{bmatrix},$$

$$H_{i,22} = \mathrm{diag}\{\bar{P}_{i,0}, \bar{P}_{i,1}, \bar{G}_{i,0}, \bar{G}_{i,1}\},\ H_{i,12} = \begin{bmatrix} \aleph_i & 0 \\ 0 & \wp_i \end{bmatrix},$$

$$\aleph_i = [\sqrt{\alpha}\bar{W}_{i,1} \quad \sqrt{1-\alpha}\bar{W}_{i,1}],$$

$$\wp_i = [\sqrt{\alpha}\bar{T}_{i,1} \quad \sqrt{1-\alpha}\bar{T}_{i,1}],$$

$$\bar{L}_{i,12} = \begin{bmatrix} \bar{A}_i^{(\xi)} \bar{P}_{i,0} & \delta B_i^{\xi} \bar{G}_{i,0} \\ 0 & \delta \bar{G}_{i,0} \\ \bar{P}_{i,0} & 0 \\ 0 & \delta \bar{G}_{i,0} \end{bmatrix},$$

$$\bar{L}_{i,22} = \mathrm{diag}\{\bar{W}_{i,0}\bar{T}_{i,0}, \rho_i \bar{Q}_i^{-1}, \rho_i R_i^{-1}\},$$

$$\bar{A}_{i,1}(k) = A_i(k) + \sum_{j=1 \neq i}^{N} B_j(k) F_j^{\star},$$

$$\bar{H}_{i,12} = \begin{bmatrix} \Im_i & 0 \\ 0 & \diamondsuit_i \end{bmatrix},\ \Im_i = [\sqrt{1-\beta}\bar{W}_{i,0} \quad \sqrt{\beta}\bar{W}_{i,0}],$$

$$\diamondsuit_i = [\sqrt{1-\beta}\bar{T}_{i,0} \quad \sqrt{\beta}\bar{T}_{i,0}],$$

$$\ell_i = Q_i + \sum_{j=1,\ j \neq i}^{N} F_j^{\star \mathrm{T}} R_j F_j^{\star}.$$

证明 基于增广系统模型(13)和二次函数(15),鲁棒稳定性条件(16)可以改写为

$$\varepsilon_{z_i^{\mathrm{T}}(k)}\{z_i^{\mathrm{T}}(l,k)\Phi_i^{\mathrm{T}}\Theta_{i,\gamma(l+1)}\Phi_i z_i(l,k)\} - z_i^{\mathrm{T}}(l,k)\Theta_{i,\gamma(l)} z_i(l,k) + \varepsilon_{z_i(k)}\Big\{\|z_i(l,k)\|_{\bar{Q}_i}^2 + \|u_i(l,k)\|_{R_i}^2 + \sum_{j=1,j\neq i}^{N} \|u_j(l,k)\|_{R_j}^2\Big\} \leqslant 0. \tag{22}$$

其中

$$\Phi_i = \begin{bmatrix} \dagger_i & (1-\gamma(k))\delta B_i(k) \\ \flat_i & (1-\gamma(k))I \end{bmatrix},\ \Theta_{i,\gamma(l)} = \begin{bmatrix} P_{i,\gamma(l)} & 0 \\ 0 & G_{i,\gamma(l)} \end{bmatrix},$$

$$\Theta_{i,\gamma(l+1)} = \begin{bmatrix} P_{i,\gamma(l+1)|\gamma(l)} & 0 \\ 0 & G_{i,\gamma(l+1)|\gamma(l)} \end{bmatrix}.$$

那么,条件(22)成立可以改写为满足如下条件:

$$\varepsilon_{z_i(l)}\{\Phi_i^{\mathrm{T}}\Theta_{i,\gamma(l+1)}\Phi_i\} - \Theta_{i,\gamma(l)} + [F_i \quad 0]^{\mathrm{T}} R_i [F_i \quad 0] + \begin{bmatrix} Q_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \sum_{j=1,j\neq i}^{N} [F_j^{\star} \quad 0]^{\mathrm{T}} R_j [F_j^{\star} \quad 0] \leqslant 0. \tag{23}$$

对于条件(23),需要考虑两种情况,即$\gamma(l) = 1$和$\gamma(l) = 0$,下面分别进行讨论.

1) 对于$\gamma(l) = 1$,有$\varepsilon_{z_i(l)=1}\{\Theta_{i,\gamma(l+1)}\} = \alpha\mathrm{diag}\{P_{i,0}, G_{i,0}\} + (1-\alpha)\mathrm{diag}\{P_{i,1}, G_{i,1}\}$. 如果如下两个条件成立,则条件(23)得到保证:

$$\pounds_{i,k}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} W_{i,1} & 0 \\ 0 & T_{i,1} \end{bmatrix} \pounds_{i,k} - \begin{bmatrix} P_{i,1} & 0 \\ 0 & T_{i,1} \end{bmatrix} + [Y_i \quad 0]^{\mathrm{T}} R_i [Y_i \quad 0] + \begin{bmatrix} Q_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \sum_{j=1,j\neq i}^{N} [F_j^{\star} \quad 0]^{\mathrm{T}} R_j [F_j^{\star} \quad 0] \leqslant 0, \tag{24}$$

$$\alpha \begin{bmatrix} P_{i,0} & 0 \\ 0 & T_{i,0} \end{bmatrix} + (1-\alpha) \begin{bmatrix} P_{i,1} & 0 \\ 0 & T_{i,1} \end{bmatrix} \leqslant \begin{bmatrix} W_{i,1} & 0 \\ 0 & T_{i,1} \end{bmatrix}, \tag{25}$$

其中$\pounds_{i,k} = \begin{bmatrix} \bar{A}_i(k) + B_i(k)F_i & 0 \\ Y_i & 0 \end{bmatrix}$.

令$\rho_i P_{i,1}^{-1} = \bar{P}_{i,1}, \rho_i G_{i,1}^{-1} = \bar{G}_{i,1}, \rho_i P_{i,0}^{-1} = \bar{P}_{i,0}, \rho_i G_{i,0}^{-1} = \bar{G}_{i,0}, \rho_i W_{i,1}^{-1} = \bar{W}_{i,1}, \rho_i T_{i,1}^{-1} = \bar{T}_{i,1}$. 对式(24)分别前后乘$\mathrm{diag}\{\rho^{\frac{1}{2}} P_1^{-1}, \rho^{\frac{1}{2}} G_1^{-1}\}$,如果对于$\xi = 1,2,\ldots,L, p = 1,2,\ldots,2^{m_i}$均有如下条件成立,则式(24)得到保证:

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_i^{(\xi)} \bar{P}_{i,1} + B_i^{(\xi)} F_i \bar{P}_{i,1} & 0 \\ F_i \bar{P}_{i,1} & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \bar{W}_{i,1} & 0 \\ 0 & \bar{T}_{i,1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{A}_i^{(\xi)} \bar{P}_{i,1} + B_i^{(\xi)} \pounds_{i,p} \bar{P}_{i,1} & 0 \\ \pounds_{i,p} \bar{P}_{i,1} & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{P}_{i,1} & 0 \\ 0 & \bar{G}_{i,1} \end{bmatrix} +$$

$$[F_i\bar{P}_{i,1}\quad 0\quad]^{\mathrm{T}}\rho_i^{-1}R_i[F_i\bar{P}_{i,1}\quad 0]+$$
$$[\bar{P}_{i,1}\quad 0]^{\mathrm{T}}\rho_i^{-1}\bar{Q}_i[\bar{P}_{i,1}\quad 0]\leqslant 0, \tag{26}$$

其中$A_{i,1}^{(\xi)}=A_{i,1}^{(\xi)}+\sum\limits_{j=1,j\neq i}^{N}B_j^{(\xi)}F_j^{\star}$. 令$Y_{i,1}=F_i\bar{P}_{i,1}$可知,如果条件(18)满足,则条件(26)成立.

对式(25)前后乘$\mathrm{diag}\{W_{i,1}^{-1},T_{i,1}^{-1}\}$,得到

$$\mathrm{diag}\{\bar{W}_{i,1}-\alpha\bar{W}_{i,1}\bar{P}_{i,0}^{-1}\bar{W}_{i,1}-(1-\alpha)\bar{W}_{i,1}\bar{P}_{i,1}^{-1}\bar{w}_{i,1},$$
$$\bar{T}_{i,1}-\alpha\bar{T}_{i,1}\bar{G}_{i,0}^{-1}\bar{T}_{i,1}-(1-\alpha)\bar{T}_{i,1}\bar{G}_{i,1}^{-1}\bar{T}_{i,1}\}\geqslant 0. \tag{27}$$

进而,条件(27)可改写成

$$\begin{bmatrix}\bar{W}_{i,1} & 0\\ 0 & \bar{T}_{i,1}\end{bmatrix}-H_{i,12}H_{i,22}^{-1}H_{i,12}^{\mathrm{T}}\geqslant 0. \tag{28}$$

利用Schur补引理,如果式(19)满足,则式(28)成立,即$\gamma(l)=1$时,条件(16)可通过条件(28)和(19)得到保证.

2) 对于$\gamma(l)=0$情形,得到

$$\varPhi_{i,0}=\begin{bmatrix}\bar{A}_{i,0}(k) & \delta B_i(k)\\ 0 & I\end{bmatrix},\ \varTheta_{i,0}=\begin{bmatrix}P_{i,0} & 0\\ 0 & G_{i,0}\end{bmatrix}.$$

于是有$\varepsilon_{z_i(l)=0}\{\varTheta_{i,\gamma(l+1)}\}=\beta\mathrm{diag}\{P_{i,1},G_{i,1}\}+(1-\beta)\mathrm{diag}\{P_{i,0},G_{i,0}\}$. 如果满足下式,则条件(23)成立:

$$\begin{bmatrix}\bar{A}_i(k) & \delta B_i(k)\\ 0 & \delta I\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}W_{i,0} & 0\\ 0 & T_{i,0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{A}_i(k) & \delta B_i(k)\\ 0 & \delta I\end{bmatrix}-$$
$$\begin{bmatrix}P_{i,0} & 0\\ 0 & G_{i,0}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}Q_i & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}+[0\ \ \delta I]^{\mathrm{T}}R_i[0\ \ \delta I]+$$
$$\sum_{j=1,j\neq i}^{N}[F_j^{\star}\ \ 0]^{\mathrm{T}}R_j[F_j^{\star}\ \ 0]\leqslant 0, \tag{29}$$

$$\beta\begin{bmatrix}P_{i,1} & 0\\ 0 & G_{i,1}\end{bmatrix}+(1-\beta)\begin{bmatrix}P_{i,0} & 0\\ 0 & G_{i,0}\end{bmatrix}\leqslant$$
$$\begin{bmatrix}W_{i,0} & 0\\ 0 & T_{i,0}\end{bmatrix}. \tag{30}$$

令$\rho_iW_{i,0}^{-1}=\bar{W}_{i,0},\rho_iT_{i,0}^{-1}=\bar{T}_{i,0}$,对式(29)前后乘$\mathrm{diag}\{\rho_i^{\frac{1}{2}}P_{i,0}^{-1},\rho_i^{\frac{1}{2}}G_{i,0}^{-1}\}$,如果对于$\xi=1,2,\ldots,L$, $p=1,2,\ldots,2^{m_i}$式(20)满足,则式(29)成立.

对式(30)前后乘$\mathrm{diag}\{W_{i,0}^{-1},T_{i,0}^{-1}\}$,得到

$$\mathrm{diag}\{\bar{W}_{i,0}-\beta\bar{W}_{i,0}\bar{P}_{i,1}^{-1}\bar{W}_{i,0}-(1-\alpha)\bar{W}_{i,0}\bar{P}_{i,0}^{-1}\bar{w}_{i,0},$$
$$\bar{T}_{i,0}-\alpha\bar{T}_{i,0}\bar{T}_{i,1}^{-1}\bar{T}_{i,0}-(1-\alpha)\bar{T}_{i,0}\bar{T}_{i,0}^{-1}\bar{T}_{i,0}\}\geqslant 0. \tag{31}$$

如果条件(21)成立,则式(31)得到保证. □

条件$V(k)\leqslant\rho_i$可以改写为

$$\begin{bmatrix}\rho_i & *\\ z_i(k) & \begin{bmatrix}P_{i,\gamma(k)}^{-1} & 0\\ 0 & G_{i,\gamma(k)}^{-1}\end{bmatrix}\end{bmatrix}\geqslant 0. \tag{32}$$

假设在初始时刻k没有发生丢包,即$\gamma(k)=1$,则有$P_{i,\gamma(k)}=1,G_{i,\gamma(k)}=1$. 条件(32)可以改写为

$$\begin{bmatrix}1 & *\\ z_i(k) & \begin{bmatrix}\bar{P}_{i,1} & 0\\ 0 & \bar{G}_{i,1}\end{bmatrix}\end{bmatrix}\geqslant 0. \tag{33}$$

综上,随机发生丢包情况下的分布式预测控制优化问题可以描述为

$$\min_{\bar{P}_{i,0},\bar{G}_{i,1},\bar{P}_{i,1},\bar{G}_{i,0},\bar{W}_{i,0},\bar{T}_{i,1},\bar{W}_{i,1},\bar{T}_{i,0},Y_i,Z_i}\rho_i;$$
$$\text{s.t. 式}(18)\sim(21),(33). \tag{34}$$

于是,通过求解式(34)可以得到Y_i、$\bar{P}_{i,1}^{-1}$,进而得到状态反馈控制律$F_i=Y_i\bar{P}_{i,1}^{-1}$. 优化问题(34)的条件(33)依赖于系统状态$z_i(k)$,通过在线求解优化问题(34)可以得到反馈控制律$u_i(l,k)=F_i(k)x_i(l,k)$.

2.2 迭代算法

求解优化问题(34)时,多个子系统的反馈控制律是同时求解的. 由于存在反馈控制律的耦合,求解第i个子系统的反馈控制律$F_i(k)$时需要获取其他子系统的反馈控制律$F_j(k)$. 给出如下迭代算法.

算法1 在初始时刻,给定$\{F_1(0),\ldots,F_N(0)\}$, $Q_1,\ldots,Q_N,R_1,\ldots,R_N$,最大迭代次数$t_{m,k}$,令迭代次数iter$=1$,重复以下过程.

step 1: 每个子系统i通过通信交换控制律$F_i^d(k)=\gamma(k)F_i^d(k)+(1-\gamma(k))F_i^d(k-1)$.

step 2: 并行求解式(34)获得$\bar{P}_i(k),Y_i(k),i=1,2,\ldots,N$,进而得到反馈控制律$F_i(k)=Y_i(k)\bar{P}_i^{-1}(k)$.

step 3: 令$F_i^{(\mathrm{iter})}(k)=F_i(k)$,通过$\epsilon_i(k)$判断反馈控制律的收敛性$F_i(k),i=1,2,\ldots,N$,有

$$\|F_i^{(\mathrm{iter})}-F_i^{(\mathrm{iter}-1)}\|\leqslant\epsilon_i(k). \tag{35}$$

如果满足式(35)或iter $=t_{m,k}$,则令当前$F_i(k)$为最优反馈控制律,否则更新$F_i^{\star}(k)=F_i^{(\mathrm{iter})}(k)$,并令iter $=$ iter $+1$,返回step 2.

step 4: 施加$u_i(k)=Y_i(k)\bar{P}_i^{-1}(k)x_i(k)$到对象中.

step 5: 在下一个采样时刻$k=k+1$,返回step 1.

由于所提出算法是通过迭代方式实现的,反馈控制律优化的时间将随着迭代次数的增加而增加,需要在控制性能与计算时间之间折中. 本文采用全局性能指标,如果进行充分的迭代,则子系统的性能指标上界ρ_i能够最终趋向于集中式控制下的性能指标上界ρ,即$\rho_1=\ldots=\rho_N=\rho$.

3 仿真算例

文献[16]给出了直流电机控制系统,本文将该模型扩展到网络环境下带随机丢包的情形,以仿真验证本文的控制算法. 直流电机控制系统的电气回路和

机械力矩平衡方程可写为

$$\begin{cases} u(t) = L\dfrac{\mathrm{d}i_a(t)}{\mathrm{d}t} + Ri_a(t) + e_b(t), \\ Ki_a(t) = J\dfrac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t} + Bw(t) + T_l(t). \end{cases} \tag{36}$$

其中: $u(t) = e_a(t)$、$e_b(t) = K_b w(t)$ 分别为转子绕组输入电压和反向电动势, L 为转子绕组电感, $i_a(t)$ 为转子线圈电流, R 为转子绕组电阻, B 为系统阻尼系数, K 和 K_b 为转矩常量和反向电动势常量, $T_l(t)$ 为负载转矩, $w(t)$ 为电机角速度.

令 $x_1(t) = i_a(t), x_2(t) = w(t), u_1(t) = e_a(t), u_2(t) = T_l(t)$, 得到

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{R}{L}x_1(t) - \dfrac{K_b}{L}x_2(t) + \dfrac{1}{L}u_1(t), \\ \dfrac{\mathrm{d}x_2(t)}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{K}{J}x_1(t) - \dfrac{B}{J}x_2(t) - \dfrac{1}{J}u_2(t). \end{cases} \tag{37}$$

对式(37)进行离散化, 令 $x(k) = [x_1^{\mathrm{T}}(k)\ \ x_2^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}}$, $u(k) = [u_1^{\mathrm{T}}(k)\ \ u_2^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}}$, 得到

$$\begin{cases} x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k), \\ y(k) = C(k)x(k). \end{cases} \tag{38}$$

系统矩阵在如下两个系统中变化:

$$A^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.2378 & -0.0022 \\ 8.96 & 0.9223 \end{bmatrix},\ B^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.158 & 1.643 \\ 1.643 & -1131 \end{bmatrix},$$

$$A^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.2378 & -0.0022 \\ 8.96 & 0.9223 \end{bmatrix},\ B^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.138 & 0.965 \\ 1.643 & -1131 \end{bmatrix},$$

$$C^{(1)} = C^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

选择参数 $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $R_1 = R_2 = 1$, 初始条件 $x_0 = [0\quad 0]^{\mathrm{T}}$, $u_1(0) = 0, u_2(0) = 0$. 马尔科夫转移概率为 $\alpha = 0.1, \beta = 0.9$. 令 $\delta = 0.6$. 图2为系统输出响应和系统输入, 实线为集中式方法, 虚线为分布式方法. 结果表明, 如果选择 $\delta = 0.6$, 则无论是集中式还是分布式预测控制, 系统的跟踪效果均较差. 令 $\delta = 1$, 系统输出响应和系统输入如图3所示, 实线为集中式方法, 虚线为分布式方法. 此时随机分布式预测控制算法所取得的控制性能与集中式预测控制方式(文献[14])达到一致.

考虑分布式预测控制算法的扰动抑制能力, 假设扰动 $d_1(k)$、$d_2(k)$ 分别作用于 $x_1(k)$、$x_2(k)$. $d_1(k)$ 和 $d_2(k)$ 如图4所示. 存在扰动下的抑制效果与比较如由图5所示, 实线为集中式方法, 虚线为分布式方法. 由图5可见, 本文提出的随机分布式预测控制算法的扰动抑制与集中式控制方式达到一致, 表明了本文方法的有效性.

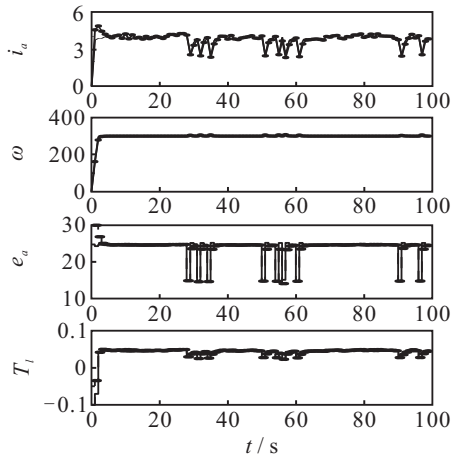

图 2 $\delta = 0.6$ 时的系统输出设定值跟踪效果和输入

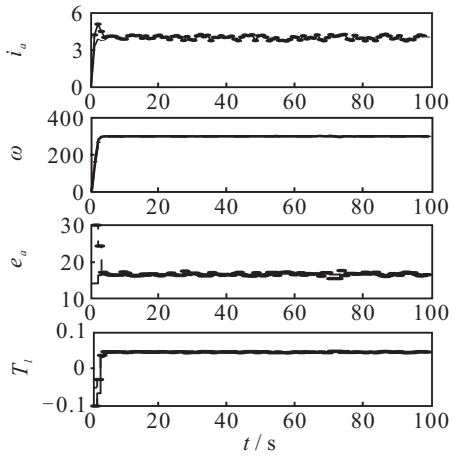

图 3 $\delta = 1$ 时的系统输出设定值跟踪效果及输入

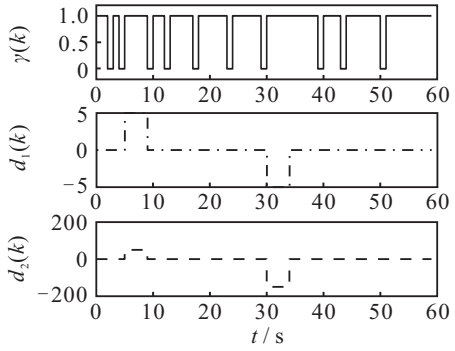

图 4 发生数据丢包及加入扰动的情况

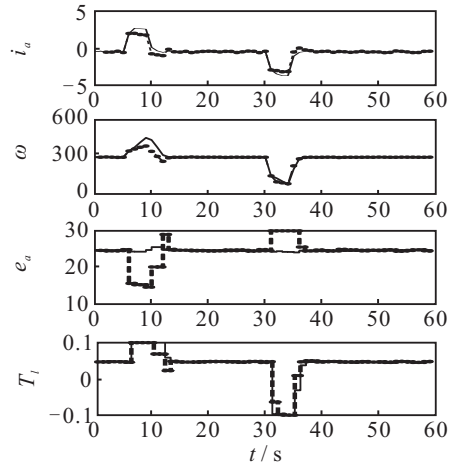

图 5 存在扰动下的抑制效果与比较

仿真在i5处理器, 3.2 GHz主频的CPU的计算机上进行. 集中式预测控制方法(文献[14])的平均计算时间为0.36 s, 而一次迭代分布式预测控制器的求解所花费的时间仅为0.08 s, 两次和三次迭代分布式控制设计所需时间分别为0.15 s和0.24 s, 均少于集中式预测控制方法的求解时间, 表明本文分布式方法获得了与集中式预测控制方法基本相同的控制效果, 同时减少了预测控制器的求解时间.

4 结 论

本文考虑信息物理系统环境下的系统控制器端到执行器传输丢包, 利用马尔科夫过程对这一丢包过程进行描述, 通过对马尔科夫跳变的线性模型进行增广, 将系统分解成多个子系统进行描述, 提出了基于迭代交互的随机分布式预测控制策略, 设计了具有随机丢包不确定系统的分布式预测控制方法. 通过实际系统的仿真算例表明了所提出方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Bauer M, Craig I K, Miyazaki F. Economic assessment of advanced process control-a survey and framework[J]. Journal of Process Control, 2008, 18(1): 2-18.

[2] Qin S J, Badgwell T A. A survey of industrial model predictive control technology[J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(7): 733-764.

[3] Hu T, Lin Z, Chen B M. Analysis and design for discrete-time linear systems subject to actuator saturation[J]. Systems and Control Letters, 2002, 45(2): 97-112.

[4] 黄骅, 何德峰, 俞立. 基于多面体描述系统的鲁棒非线性预测控制[J]. 自动化学报, 2012, 38(12): 1906-1912.
(Huang H, He D F, Yu L. Robust nonlinear predictive control based on polytopic description systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(12): 1906-1912.)

[5] Hu T, Lin Z, Chen B M. An analysis and design method for linear systems subject to actuator saturation and disturbance[J]. Automatica, 2002, 38(2): 351-359.

[6] Cao Y Y, Lin Z. Min-max MPC algorithm for LPV systems subject to input saturation[J]. IEE Proceedings Control Theory and Applications, 2005, 152(3): 266-272.

[7] Alessio A, Barcelli D, Bemporad A. Decentralized model predictive control of dynamically coupled linear systems[J]. Journal of Process Control, 2011, 21(5): 705-714.

[8] 刘安东, 张荣超, 俞立, 等. 基于扩张状态观测器的分散模型预测控制[J]. 控制与决策, 2016, 31(6): 1093-1098.
(Liu A D, Zhang R C, Yu L, et al. Extended state observer-based decentralized model predictive control[J]. Control and Decision, 2016, 31(6): 1093-1098.)

[9] 刘苏, 冯毅萍, 荣冈. 分散MPC经济性能评估[J]. 自动化学报, 2013, 39(11): 1778-1786.
(Liu S, Feng Y P, Rong G. Economic performance assessment of decentralized model predictive control[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(11): 1778-1786.)

[10] Zhang L, Wang J, Li C. Distributed model predictive control for polytopic uncertain systems subject to actuator saturation[J]. Journal of Process Control, 2013, 23(8): 1075-1089.

[11] Zhang Y, Li S Y. Networked model predictive control based on neighborhood optimization for serially connected largescale processes[J]. Journal of Process Control, 2007, 17(1): 37-51.

[12] Zheng Y, Li S, Li N. Distributed model predictive control over network information exchange for large-scale systems[J]. Control Engineering Practice, 2011, 19(7): 757-769.

[13] 张浪文, 谢巍. 执行器饱和受限不确定系统的次序优化多步预测控制[J]. 控制与决策, 2017, 32(8): 1499-1504.
(Zhang L W, Xie W. Multi-step predictive control for input-saturated uncertain systems based on sequential optimization scheme[J]. Control and Decision, 2017, 32(8): 1499-1504.)

[14] Zou Y, Lam J, Niu Y, et al. Constrained predictive control synthesis for quantized systems with markovian data loss[J]. Automatica, 2015, 55: 217-225.

[15] Al-Gherwi W, Budman H, Elkamel A. Selection of control structure for distributed model predictive control in the presence of model errors[J]. Journal of Process Control, 2010, 20(3): 270-284.

[16] Samyudia Y, Lee P L, Cameron I T. A methodology for multi-unit control design[J]. Chemical Engineering Science, 1994, 49(23): 3871-3882.

作者简介

杨晓峰(1976−), 男, 博士生, 从事模型预测控制的研究, E-mail: auyang@mail.scut.edu.cn;

谢巍(1974−), 男, 教授, 博士生导师, 从事线性参数变化系统建模与控制等研究, E-mail: weixie@scut.edu.cn;

张浪文(1986−), 男, 讲师, 博士, 从事分布式模型预测控制理论与应用等研究, E-mail: aulwzhang@scut.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)