

# 控制与决策

Control and Decision



带有随机测量数据丢失及切换拓扑的传感器网络分布式 $l_2-l_\infty$ 滤波器设计

朱凤增, 闻继伟, 彭力, 杨瑞田

引用本文:

朱凤增, 闻继伟, 彭力, 等. 带有随机测量数据丢失及切换拓扑的传感器网络分布式 $l_2-l_\infty$ 滤波器设计[J]. 控制与决策, 2020, 35(8): 1841–1848.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1301>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 基于不完全测距的移动传感器网络定位算法

Range-based localization algorithm for mobile sensor network with incomplete measurement

控制与决策. 2018, 33(4): 607–613 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0298>

### 具有分布时滞和随机测量数据丢失的离散切换系统 $H_\infty$ 滤波

$H_\infty$  filtering for discrete switched systems with distributed delays and random measurement data missing

控制与决策. 2017, 32(8): 1486–1492 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0966>

### 具有间歇性观测的无线传感器网络分布式容错目标跟踪

Fault tolerant distributed target tracking with intermittent observations in wireless sensor networks

控制与决策. 2016, 31(6): 1032–1036 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.0733>

### 基于目标覆盖的异构有向传感器网络分布式节点调度策略

Node scheduling strategy based on target coverage for heterogeneous directional sensor networks

控制与决策. 2016, 31(12): 2140–2146 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.1241>

### 基于自适应加权融合的分布式滤波算法

Adaptive weighted fusion based linear distributed filtering algorithm

控制与决策. 2015(4): 605–610 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2013.1780>

# 带有随机测量数据丢失及切换拓扑的传感器网络 分布式 $l_2-l_\infty$ 滤波器设计

朱凤增, 闻继伟, 彭力<sup>†</sup>, 杨瑞田

(1. 江南大学 物联网应用技术教育部工程中心, 江苏 无锡 214122; 2. 无锡太湖学院  
江苏省物联网应用技术重点建设实验室, 江苏 无锡 214064)

**摘要:** 研究一类具有测量数据随机丢失以及网络拓扑结构随机切换的分布式  $l_2-l_\infty$  滤波器设计问题. 在分布式滤波器网络, 每个本地滤波器估计系统的状态不仅基于节点自身信息, 而且利用网络拓扑中邻居节点的信息. 首先, 采用已知概率分布的二进制序列描述传感器测量数据的随机丢失, Markov 链描述滤波器网络拓扑结构的切换; 其次, 构造一个 Lyapunov 函数来分析滤波误差系统的  $l_2-l_\infty$  性能, 并研究其均方指数稳定性; 再次, 通过线性矩阵不等式 (LMI) 技术, 给出分布式  $l_2-l_\infty$  滤波器的设计方法; 最后, 通过数值例子验证所提方法的有效性.

**关键词:** 分布式滤波;  $l_2-l_\infty$  性能; 切换拓扑; 数据丢失; 传感器网络

中图分类号: TP273

文献标志码: A

## Distributed $l_2-l_\infty$ filtering for sensor networks with missing measurements and switching topology

ZHU Feng-zeng, WEN Ji-wei, PENG Li<sup>†</sup>, YANG Rui-tian

(1. Research Center of Engineering Applications for IOT, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. Jiangsu Province Internet of Things Application Technology Key Construction Laboratory, Wuxi Taihu College, Wuxi 214064, China)

**Abstract:** In this paper, the problem of  $l_2-l_\infty$  filters design is addressed for sensor networks with missing measurements and switching topology. In a distributed filtering network, each local filter estimates the system states from not only its own information but also its neighboring filters' information. Firstly, the missing measurements are described by a binary switching sequence satisfying a conditional probability distribution. Meanwhile, the topology under consideration evolves by an event switch which is assumed to be subject to a Markov chain. Then, by constructing a Lyapunov functional, a sufficient condition is derived to guarantee the  $l_2-l_\infty$  performance and the exponential mean-square stability of the resulting filtering error dynamics. Subsequently, the design method of the distributed  $l_2-l_\infty$  filters is obtained through the linear matrix inequality (LMI) technique. Finally, a numerical example is given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

**Keywords:** distributed filtering;  $l_2-l_\infty$  performance; switching topology; missing data; sensor networks

## 0 引言

随着传感器网络技术的发展, 传感器网络的分布式滤波或者状态估计, 作为控制系统以及信号处理等领域的基本问题, 受到了广泛的关注<sup>[1-8]</sup>. 不同于传统的单节点滤波, 采用分布式滤波器估计系统的状态, 不仅基于节点自身的信息, 而且需要利用来自网络拓扑中邻居节点的信息.

常见的分布式滤波器设计有两类. 一类是建立在传统的 Kalman 滤波理论上研究分布式滤波器

的设计方法. 文献[9]针对无线传感器网络在实际应用中测量数据包丢失现象, 研究了分布式卡尔曼一致性滤波算法, 考虑了两类丢包情况下的稳定性和滤波性能问题, 通过矩阵论理论分析得出了估计误差协方差收敛所能容忍的极限丢包率; 文献[10]和文献[11]基于扩散策略, 分别研究了线性系统与非线性系统的分布式 Kalman 滤波器设计方法; 文献[12]提出了一种基于 Gossip 交互的分布式 Kalman 滤波. 传统的 Kalman 滤波要求已知精确的模型参数以及噪声的统

收稿日期: 2018-09-24; 修回日期: 2019-01-28.

基金项目: 国家重点研发项目(2018YFD0400900); 国家自然科学基金项目(61873112); 教育部-中国移动科研基金项目(MCM20170204); 江苏省博士后科研计划项目(1601085C).

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: pengli@jiangnan.edu.cn.

计特性. 另一类是将  $H_\infty$  滤波技术引入到传感器网络的分布式滤波器设计. 文献[13]研究了观测数据丢失情况下的分布式  $H_\infty$  一致性滤波, 通过求解一组差分线性矩阵不等式获得滤波器的所有参数; 文献[14]和文献[15]研究了系统时滞、数据丢包和量化误差等现象对分布式  $H_\infty$  滤波问题的影响.

上述研究方法基本都是假定滤波器网络的拓扑结构是固定的. 然而, 在现实中的网络环境中, 很多因素可能造成传感器网络拓扑结构的变化. 比如, 复杂的网络环境下, 传感器节点可能因为电量衰竭或者损坏而停止工作; 由于应用需求的变化, 加入新的节点等. 最近, 考虑网络滤波器网络拓扑结构切换的问题引起人们的关注. 文献[16]研究了网络的拓扑结构切换频率不超过给定值下的分布式  $H_\infty$  滤波问题; 文献[17-18]研究了当网络的拓扑结构切换服从非齐次 Markov 链时, 部分信息交换的分布式一致性滤波器设计问题; 文献[19]在网络拓扑时变情况下, 提出了一种新的分布式事件触发机制, 并设计了基于事件触发的分布式滤波器. 针对切换拓扑设计分布式滤波器虽然有了一些进展, 但仍存在许多问题需要进一步解决. 例如, 传感器饱和、时滞、数据量化、衰退测量等对切换拓扑的分布式滤波的影响; 设计拓扑结构切换并适用于非线性系统的分布式滤波器; 针对含未知模型参数和含未知噪声方差的系统设计拓扑切换的分布式滤波器等.

本文在分布式滤波器设计问题上, 主要进行以下两个方面的工作:

1) 考虑在很多工程应用中对滤波误差的峰值有度量要求, 本文采用鲁棒  $l_2$ - $l_\infty$  增益, 可以保证滤波误差的峰值低于一定水平.

2) 本文设计的分布式滤波器适用于网络拓扑结构随机切换, 同时考虑了滤波器得到的观测量随机丢失的现象. 采用满足 Bernoulli 分布的序列描述数据丢失和 Markov 链描述网络拓扑结构切换, 所设计的分布式滤波器使得整个滤波误差系统均方指数稳定且具有给定的  $l_2$ - $l_\infty$  性能.

## 1 问题的描述

考虑一个具有  $n$  个节点的传感器网络, 拓扑结构由有向图  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$  来表示, 其中  $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, n\}$  为节点集,  $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$  为边界集,  $\mathcal{A} = [a_{ij}]_{n \times n}$  ( $a_{ij} \geq 0$ ) 为邻接矩阵. 如果有向图  $\mathcal{G}$  存在一条从节点  $j$  到节点  $i$  的边界, 则有序对  $(i, j) \in \mathcal{E}$ , 且  $a_{ij} > 0$ , 并称节点  $j$  为节点  $i$  的一个相邻节点. 此外, 假定对于所有的  $i \in \mathcal{V}$ , 有  $a_{ii} = 1$ , 因此可以认为  $(i, i)$

是一条附加的边界. 节点的所有相邻节点及本身所构成的集合称为节点的相邻节点集, 记为  $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V} : (i, j) \in \mathcal{E}\}$ .

考虑下面的离散时间线性时不变系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bw(k), \\ z(k) = Mx(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x(k) \in \mathbf{R}^{n_x}$  是系统的状态向量;  $z(k) \in \mathbf{R}^{n_z}$  是被估计的输出状态向量;  $w(k) \in \mathbf{R}^{n_w}$  是外部干扰, 属于  $l_2[0, \infty)$ .

对于每一个节点  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ), 获得的测量可以描述如下:

$$y_i(k) = \theta_i(k)C_i x(k) + D_i w(k). \quad (2)$$

其中:  $y_i(k) \in \mathbf{R}^{n_y}$  为节点  $i$  采集到的测量值.  $\theta_i(k) \in \mathbf{R}$  为一个服从 Bernoulli 分布的随机变量, 用于描述随机发生的测量丢失现象.  $\theta_i(k) = 1$  表示传感器  $i$  在  $k$  时刻正常工作;  $\theta_i(k) = 0$  表示传感器  $i$  在  $k$  时刻丢失了有效测量, 只采集到干扰, 不包含任何有用的信息. 系数矩阵  $A$ 、 $B$ 、 $C_i$ 、 $D_i$  均具有相应的维数.

假设  $\{\theta_i(k)\}$  是在  $\{0, 1\}$  上取值的 Bernoulli 分布随机白序列, 且满足

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{\theta_i(k)\} &= \text{Prob}\{\theta_i(k) = 1\} = \beta_i, \\ \mathbf{E}\{\theta_i(k) = 0\} &= 1 - \beta_i, \\ \mathbf{E}\{(\theta_i(k) - \beta_i)^2\} &= \beta_i(1 - \beta_i) = \alpha_i. \end{aligned} \quad (3)$$

假设对于任意的  $1 \leq i \leq n$ ,  $0 \leq k < \infty$ , 随机变量  $\theta_i(k)$  是相互独立的.

本文中, 滤波器  $i$  对系统的滤波不仅利用自身获取的信息, 同时利用邻接节点的信息. 采用服从 Markov 链分布的随机变量  $r(\cdot)$  来描述网络拓扑结构的切换, 传感器节点  $i$  采用如下形式的滤波器:

$$\begin{cases} \hat{x}_i(k+1) = K_{ii}\hat{x}_i(k) + H_{ii}[y_i(k) - \beta_i C_i \hat{x}_i(k)] + u_i^{r(k)}(k), \\ \hat{z}_i(k) = M\hat{x}_i(k). \end{cases} \quad (4)$$

$$u_i^{r(k)}(k) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i^{r(k)} \setminus \{i\}} a_{ij}^{r(k)} K_{ij}^{r(k)} \hat{x}_j(k) + \sum_{j \in \mathcal{N}_i^{r(k)} \setminus \{i\}} a_{ij}^{r(k)} H_{ij}^{r(k)} [y_j(k) - \beta_j C_j \hat{x}_j(k)]. \quad (5)$$

其中:  $\hat{x}_i \in \mathbf{R}^{n_x}$  是传感器节点  $i$  通过滤波器对系统状态的估计值,  $\hat{z}_i(k) \in \mathbf{R}^{n_z}$  是滤波器  $i$  对  $z(k)$  的估计值;  $u_i^{r(k)}(k) \in \mathbf{R}^{n_t}$  是在  $r(\cdot)$  拓扑结构下, 节点  $i$  与节点  $j$  ( $j \in \mathcal{N}_i \setminus \{i\}$ ) 之间的通信信息;  $\{r(k)\}$  ( $0 \leq k < \infty$ ) 代表 Markov 链,  $r(k)$  在一个有限集合  $\mathcal{S} = \{1, 2, \dots, n_0\}$  中取值, 转移概率矩阵为  $\Pi =$

$[\pi_{st}]_{n_0 \times n_0}$ , 即

$$\pi_{st} = \text{Prob}(r(k+1) = t | r(k) = s).$$

$\pi_{st} \geq 0$ , 且对所有的  $s, t \in \mathcal{S}$ , 有  $\sum_{t=1}^{n_0} \pi_{st} = 1$ .

式(4)和(5)中的矩阵  $K_{ij}^{r(k)}$  和  $H_{ij}^{r(k)}$  ( $j \in \mathcal{N}_i^{r(k)}$ ) 是需要确定的传感器节点  $i$  的滤波器参数.

令  $e_i(k) = x(k) - \hat{x}_i(k)$ ,  $\tilde{z}_i(k) = z(k) - \hat{z}_i(k)$ , 则每个节点滤波误差系统为

$$\begin{aligned} e_i(k+1) = & \sum_{j \in \mathcal{N}_i^{r(k)}} a_{ij}^{r(k)} K_{ij}^{r(k)} e_j(k) - \\ & \sum_{j \in \mathcal{N}_i^{r(k)}} a_{ij}^{r(k)} H_{ij}^{r(k)} \beta_j C_j e_j(k) + \\ & \left[ A - \sum_{j \in \mathcal{N}_i^{r(k)}} a_{ij}^{r(k)} K_{ij}^{r(k)} - \right. \\ & \left. \sum_{j \in \mathcal{N}_i^{r(k)}} (\theta_j(k) - \beta_j) a_{ij}^{r(k)} H_{ij}^{r(k)} C_j \right] x(k) + \\ & \left( B - \sum_{j \in \mathcal{N}_i^{r(k)}} a_{ij}^{r(k)} H_{ij}^{r(k)} D_j \right) w(k). \end{aligned} \quad (6)$$

输出估计误差为

$$\tilde{z}_i(k) = M e_i(k). \quad (7)$$

为了表述方便, 考虑  $n$  个滤波器节点, 定义  $k$  时刻估计误差向量  $e(k) = [e_1^T(k), e_2^T(k), \dots, e_n^T(k)]^T$ , 系统状态向量  $\bar{x}(k) = [x^T(k), x^T(k), \dots, x^T(k)]^T$ , 输出估计误差向量  $\tilde{z}(k) = [\tilde{z}_1^T(k), \tilde{z}_2^T(k), \dots, \tilde{z}_n^T(k)]^T$ , 以及系统的参数向量

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \text{diag}\{A, A, \dots, A\}, \\ \bar{B} &= [B^T, B^T, \dots, B^T]^T, \\ \bar{C}_\beta &= \text{diag}\{\beta_1 C_1, \beta_2 C_2, \dots, \beta_n C_n\}, \\ \bar{M} &= \text{diag}\{M, M, \dots, M\}, \\ \bar{D} &= [D_1^T, D_2^T, \dots, D_n^T]^T, \\ E_n^i &= \text{diag}\{0, 0, \dots, C_i, \dots, 0, 0\}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

$E_n^i$  代表分块对角矩阵, 第  $i$  对角块矩阵为  $C_i$ , 其他对角块矩阵为 0.

考虑  $n$  个滤波器节点, 则式(6)和(7)可以写成如下紧凑型:

$$\begin{cases} e(k+1) = \\ \left[ \bar{A} - \bar{K}^{r(k)} - \sum_{i=1}^n (\theta_i(k) - \beta_i) \bar{H}^{r(k)} E_n^i \right] \bar{x}(k) + \\ \left( \bar{K}^{r(k)} - \bar{H}^{r(k)} \bar{C}_\beta \right) e(k) + (\bar{B} - \bar{H}^{r(k)} \bar{D}) w(k), \\ \tilde{z}(k) = \bar{M} e(k). \end{cases} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{K}^{r(k)} &= [O_{ij}]_{n \times n}^{r(k)}, \quad O_{ij} = a_{ij}^{r(k)} K_{ij}^{r(k)}, \\ \bar{H}^{r(k)} &= [\bar{O}_{ij}]_{n \times n}^{r(k)}, \quad \bar{O}_{ij} = a_{ij}^{r(k)} H_{ij}^{r(k)}. \end{aligned}$$

显然, 如果  $j \notin \mathcal{N}_i^{r(k)}$ , 则  $a_{ij}^{r(k)} = 0$ .  $\bar{K}^{r(k)}$  和  $\bar{H}^{r(k)}$  是稀疏矩阵, 可以表示为

$$\bar{K}^{r(k)} \in \mathcal{W}_{n_x \times n_x}, \quad \bar{H}^{r(k)} \in \mathcal{W}_{n_x \times n_y}. \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{p \times q} &= \{U = [U_{ij}] \in \mathbf{R}^{n_p \times n_q} | U_{ij} \in \mathbf{R}^{p \times q}, \\ & U_{ij} = 0, \text{ if } j \notin \mathcal{N}_i^{r(k)}\}. \end{aligned}$$

令  $\eta(k) = [\bar{x}^T(k) \quad e^T(k)]^T$ , 根据式(1)和(8), 可以得到如下增广滤波误差系统:

$$\begin{cases} \eta(k+1) = \\ \left[ \mathcal{A}^{r(k)} + \sum_{i=1}^n (\theta_i(k) - \beta_i) \mathcal{F}_i^{r(k)} \right] \eta(k) + \mathcal{B}^{r(k)} w(k), \\ \tilde{z}(k) = \mathcal{M} \eta(k). \end{cases} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= [0 \quad \bar{M}], \quad \mathcal{B}^{r(k)} = \begin{bmatrix} \bar{B} \\ \bar{B} - \bar{H}^{r(k)} \bar{D} \end{bmatrix}, \\ \mathcal{A}^{r(k)} &= \begin{bmatrix} \bar{A} & 0 \\ \bar{A} - \bar{K}^{r(k)} & \bar{K}^{r(k)} - \bar{H}^{r(k)} \bar{C}_\beta \end{bmatrix}, \\ \mathcal{F}_i^{r(k)} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\bar{H}^{r(k)} E_n^i & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (11)$$

本文的目标是设计形如式(4)的全阶滤波器, 使得:

1) 当  $w(k) = 0$  时, 增广的滤波误差系统(10)是均方指数稳定的, 即对所有的  $\eta(0)$ , 存在  $\lambda \geq 1, 0 < \tau < 1$ , 有

$$\mathbf{E}\{\|\eta(k)\|\} \leq \lambda \tau^k \mathbf{E}\{\|\eta(0)\|\}. \quad (12)$$

2) 在零初始条件下, 滤波误差系统(10)具有  $l_2$ - $l_\infty$  性能  $\gamma$  ( $\gamma > 0$ ), 即

$$\mathbf{E}\{\|\tilde{z}(k)\|_\infty^2\} < \gamma^2 \|w(k)\|_2^2. \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \|\tilde{z}(k)\|_\infty^2 &= \sup_k \{\tilde{z}^T(k) \tilde{z}(k)\}, \\ \|w(k)\|_2^2 &= \sum_{k=0}^{\infty} w^T(k) w(k). \end{aligned}$$

**注1** 本文采用  $l_2$ - $l_\infty$  性能指标  $\gamma$  ( $\gamma > 0$ ), 是针对整个滤波器网络在  $k$  ( $k > 0$ ) 时刻所有滤波器节点总输出估计误差峰值的约束, 这要小于对每个滤波器节点输出估计误差峰值的约束.

**引理1** [13] 令  $Q = \text{diag}\{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$ , 其中  $Q_i \in \mathbf{R}^{p \times p}$  ( $1 \leq i \leq n$ ) 是可逆矩阵, 若  $W \in$

$\mathbf{R}^{np \times nq}$ ,  $X = QW$ , 则有  $W \in \mathcal{W}_{p \times q} \Leftrightarrow X \in \mathcal{W}_{p \times q}$ .

**引理 2** [20] 由文献 [20] 的引理, 当系统处于模态  $r(k)$  ( $r(k) \in \mathcal{S}$ ) 时, 取系统的 Lyapunov 函数为  $V(\eta(k), r(k)) = \eta^T(k)P(r(k))\eta(k)$ , 如果存在实数  $\lambda \geq 0, \mu > 0, v > 0$  和  $0 < \psi < 1$  使得

$$\mu \|\eta(k)\|^2 \leq V(\eta(k), r(k)) \leq v \|\eta(k)\|^2, \quad (14)$$

$$\mathbf{E}\{V(\eta(k+1), r(k+1)) | \eta(k), r(k)\} - V(\eta(k), r(k)) \leq \lambda - \psi V(\eta(k), r(k)), \quad (15)$$

则有

$$\mathbf{E}\{\|\eta(k)\|^2\} \leq \frac{v}{\mu}(1-\psi)^k \mathbf{E}\{\|\eta(0)\|^2\} + \frac{\lambda}{\mu\psi}. \quad (16)$$

## 2 $l_2$ - $l_\infty$ 分布式滤波分析

本节中, 先给出滤波误差系统 (10) 均方指数稳定且具有给定  $l_2$ - $l_\infty$  性能的充分条件.

**定理 1** 给定  $\gamma$  ( $\gamma > 0$ ), 如果存在正定矩阵  $P(s) = \text{diag}\{R, Q(s)\}$ ,  $s = 1, 2, \dots, n_0$ , 使得

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}^{sT} \bar{P}(s) \mathcal{A}^s + \sum_{i=1}^n \alpha_i \mathcal{F}_i^{sT} \bar{P}(s) \mathcal{F}_i^s - P(s) & \rightarrow \\ \mathcal{B}^{sT} \bar{P}(s) \mathcal{A}^s & \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} \mathcal{A}^{sT} \bar{P}(s) \mathcal{B}^s \\ \mathcal{B}^{sT} \bar{P}(s) \mathcal{B}^s - I \end{bmatrix} < 0, \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} -P(s) & * \\ \mathcal{M} & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

成立, 则增广的滤波误差系统 (10) 是均方指数稳定的, 且具有给定的  $l_2$ - $l_\infty$  性能. 其中

$$\bar{P}(s) = \sum_{t=1}^{n_0} \pi_{st} \text{diag}\{R, Q(s)\};$$

$$\alpha_i = \beta_i(1 - \beta_i), \quad i \in \mathcal{V};$$

$s$  代表当前的模态  $r(k)$ ,  $t$  代表下一时刻的模态  $r(k+1)$ .

**证明** 对于系统 (10), 令  $w(k) = 0$ , 取 Lyapunov 函数为

$$V(\eta(k), r(k)) = \eta^T(k)P(r(k))\eta(k), \quad (19)$$

$$\Delta V(\eta(k), r(k)) =$$

$$\mathbf{E}\{V(\eta(k+1), r(k+1)) | \eta(k),$$

$$r(k) = s\} - V(\eta(k), r(k)) =$$

$$\mathbf{E}\{\eta^T(k+1)P(r(k+1))\eta(k+1)\} -$$

$$\eta^T(k)P(s)\eta(k) =$$

$$\mathbf{E}\left\{\eta^T(k)\left(\mathcal{A}^{sT} + \sum_{i=1}^n (\theta_i(k) - \beta_i)\mathcal{F}_i^{sT}\right) \times\right.$$

$$\left.\sum_{t=1}^{n_0} \pi_{st} P(t)\left(\mathcal{A}^s + \sum_{i=1}^n (\theta_i(k) - \beta_i)\mathcal{F}_i^s\right)\eta(k)\right\} -$$

$$\eta^T(k)P(s)\eta(k). \quad (20)$$

$$\text{令 } \bar{P}(s) = \sum_{t=1}^{n_0} \pi_{st} P(t), \text{ 并考虑}$$

$$\mathbf{E}\{\theta_i(k) - \beta_i\} = 0, \quad \mathbf{E}\{(\theta_i(k) - \beta_i)^2\} = \alpha_i,$$

$$\mathbf{E}\{(\theta_i(k) - \beta_i)(\theta_j(k) - \beta_j)\} = 0, \quad i \neq j.$$

则有

$$\begin{aligned} & \mathbf{E}\left\{\eta^T(k)\left(\mathcal{A}^{sT} + \sum_{i=1}^n (\theta_i(k) - \beta_i)\mathcal{F}_i^{sT}\right)\bar{P}(s)\left(\mathcal{A}^s + \sum_{i=1}^n (\theta_i(k) - \beta_i)\mathcal{F}_i^s\right)\eta(k)\right\} - \eta^T(k)P(s)\eta(k) = \\ & \eta^T(k)\mathcal{A}^{sT}\bar{P}(s)\mathcal{A}^s\eta(k) + \sum_{i=1}^n \alpha_i \eta^T(k)\mathcal{F}_i^{sT}\bar{P}(s)\mathcal{F}_i^s\eta(k) - \eta^T(k)P(s)\eta(k). \end{aligned}$$

因此有

$$\begin{aligned} \Delta V(\eta(k), r(k)) &= \\ \mathbf{E}\{V(\eta(k+1), r(k+1)) | \eta(k), & \\ r(k) = s\} - V(\eta(k), r(k)) &= \\ \eta^T(k)\mathcal{A}^s\eta(k). & \end{aligned} \quad (21)$$

其中

$$\mathcal{A}^s = \mathcal{A}^{sT}\bar{P}(s)\mathcal{A}^s + \sum_{i=1}^n \alpha_i \mathcal{F}_i^{sT}\bar{P}(s)\mathcal{F}_i^s - P(s).$$

由 Schur 补引理, 式 (17) 隐含  $\mathcal{A}^s < 0, s = 1, 2, \dots, n_0$ . 因此, 有

$$\mathbf{E}\{V(\eta(k+1), r(k+1)) | \eta(k),$$

$$r(k) = s\} - V(\eta(k), r(k)) =$$

$$\eta^T(k)\mathcal{A}^s\eta(k) \leq$$

$$- \min\{\lambda_{\min}(-\mathcal{A}^s) | s = 1, 2, \dots, n_0\} \eta^T(k)\eta(k) \leq$$

$$- \sigma \eta^T(k)\eta(k). \quad (22)$$

其中

$$0 < \sigma \leq \min\{\lambda_{\min}(-\mathcal{A}^s) | s = 1, 2, \dots, n_0\}.$$

$\min\{\lambda_{\min}(-\mathcal{A}^s)\}$  表示正定矩阵在不同模态下最小特征值的最小值. 定义

$$v = \max\{\lambda_{\max}(P(s)) | s = 1, 2, \dots, n_0\},$$

$\max\{\lambda_{\max}(P(s))\}$  表示正定矩阵  $P$  在不同模态下最大特征值的最大值, 则有  $v > 0$ . 因此, 一定会存在一个  $\sigma$  同时满足

$$\begin{cases} 0 < \sigma \leq \min\{\lambda_{\min}(-\mathcal{A}^s) | s = 1, 2, \dots, n_0\}, \\ 0 < \sigma < \max\{\lambda_{\max}(P(s)) | s = 1, 2, \dots, n_0\}. \end{cases}$$

那么

$$V(\eta(k), r(k)) \leq v\eta^T(k)\eta(k). \quad (23)$$

将式(23)代入(22),则有

$$\begin{aligned} & \mathbf{E}\{V(\eta(k+1), r(k+1))|\eta(k), \\ & r(k) = s\} - V(\eta(k), r(k)) \leq \\ & -\frac{\sigma}{v}V(\eta(k), r(k)) = \\ & \lambda - \psi V(\eta(k), r(k)). \end{aligned}$$

其中:  $0 < \psi = \frac{\sigma}{v} < 1, \lambda = 0$ . 又有

$$\mu\|\eta(k)\|^2 \leq V(\eta(k), s) \leq v\|\eta(k)\|^2, \quad (24)$$

其中  $\mu = \min\{\lambda_{\min}(P(s))|s = 1, 2, \dots, n_0\}$ .

由引理2,可得

$$\mathbf{E}\{\|\eta(k)\|^2\} \leq \frac{v}{\mu}(1-\psi)^k \mathbf{E}\{\|\eta(0)\|^2\} + \frac{\lambda}{\mu\psi},$$

则有

$$\mathbf{E}\{\|\eta(k)\|^2\} \leq \frac{v}{\mu}(1-\psi)^k \mathbf{E}\{\|\eta(0)\|^2\}, \quad (25)$$

即系统(10)是均方指数稳定的.

定义

$$J = \mathbf{E}\{V(\eta(k), r(k))\} - \sum_{i=0}^{k-1} w^T(i)w(i), \quad (26)$$

在零初始条件下

$$\begin{aligned} J &= \\ & \mathbf{E}\{V(\eta(k), r(k))\} - \mathbf{E}\{V(0)\} - \sum_{i=0}^{k-1} w^T(i)w(i) = \\ & \sum_{i=0}^{k-1} (\Delta V(\eta(i), r(i)) - w^T(i)w(i)). \end{aligned} \quad (27)$$

当  $w(k) \neq 0$  时

$$\begin{aligned} & \Delta V(\eta(k), r(k)|r(k) = s) = \\ & \eta^T(k)A^s\eta(k) + 2w^T(k)\mathcal{B}^{sT}\bar{P}(s)A^s\eta(k) + \\ & w^T(k)\mathcal{B}^{sT}\bar{P}(s)\mathcal{B}^s w(k). \end{aligned} \quad (28)$$

将式(28)代入(27),得

$$\begin{aligned} J &= \sum_{i=0}^{k-1} (\Delta V(\eta(i), r(i))|r(i) = s) - w^T(i)w(i) = \\ & \sum_{i=0}^{k-1} \left( [\eta^T(i) \ w^T(i)] \Xi^s \begin{bmatrix} \eta(i) \\ w(i) \end{bmatrix} \right). \end{aligned} \quad (29)$$

其中

$$\Xi^s = \begin{bmatrix} A^s & * \\ \mathcal{B}^{sT}\bar{P}(s)A^s & \mathcal{B}^{sT}\bar{P}(s)\mathcal{B}^s - I \end{bmatrix}.$$

定理1成立,则有  $J < 0$ ,即

$$\mathbf{E}\{V(\eta(k), r(k)|r(k) = s)\} - \sum_{i=0}^{k-1} w^T(i)w(i) < 0, \quad (30)$$

$$\mathbf{E}\{\eta^T(k)P(s)\eta(k)\} < \sum_{i=0}^{k-1} w^T(i)w(i). \quad (31)$$

另外,由Schur补引理,式(18)等价于

$$\mathcal{M}^T \mathcal{M} < \gamma^2 P(s). \quad (32)$$

那么,当  $k > 0$  时,有

$$\begin{aligned} & \mathbf{E}\{\tilde{z}^T(k)\tilde{z}(k)\} = \eta^T(k)\mathcal{M}^T \mathcal{M}\eta(k) < \\ & \gamma^2 \eta^T(k)P(s)\eta(k) = \gamma^2 \mathbf{E}\{\eta^T(k)P(s)\eta(k)\} < \\ & \gamma^2 \sum_{i=0}^{k-1} w^T(i)w(i) \leq \gamma^2 \sum_{i=0}^{\infty} w^T(i)w(i). \end{aligned} \quad (33)$$

显然有

$$\sup_k \{\mathbf{E}\{\tilde{z}^T(k)\tilde{z}(k)\}\} < \gamma^2 \sum_{i=0}^{\infty} w^T(i)w(i), \quad (34)$$

即

$$\mathbf{E}\{\|\tilde{z}(k)\|_\infty^2\} < \gamma^2 \|w(k)\|_2^2. \quad (35)$$

证明成立.  $\square$

### 3 $l_2$ - $l_\infty$ 分布式滤波器设计

**定理2** 给定  $\gamma > 0$ ,如果存在正定矩阵  $R, Q(s) = \text{diag}\{Q_1(s), Q_2(s), \dots, Q_n(s)\}$ ,以及矩阵  $X^s, Y^s$ ,且  $X^s \in \mathcal{W}_{n_x \times n_x}, Y^s \in \mathcal{W}_{n_x \times n_y}, s = 1, 2, \dots, n_0$ ,使得

$$\begin{bmatrix} \Xi_{11} & * & * & * \\ \Xi_{21} & \Xi_{22} & * & * \\ \Xi_{31} & \Xi_{32} & \Xi_{33} & * \\ \Xi_{41} & \Xi_{42} & \Xi_{43} & \Xi_{44} \end{bmatrix} < 0, \quad (36)$$

$$\begin{bmatrix} -R & * & * \\ 0 & -Q(s) & * \\ 0 & \bar{M} & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (37)$$

成立,则滤波器的增益为

$$\bar{K}^s = \bar{Q}^{-1}(s)Y^s, \bar{H}^s = \bar{Q}^{-1}(s)X^s. \quad (38)$$

其中

$$\alpha_i = \beta_i(1 - \beta_i), i \in \mathcal{V};$$

$$\bar{Q}(s) = \sum_{t=1}^{n_0} \pi_{st} \text{diag}\{Q_1(t), Q_2(t), \dots, Q_n(t)\};$$

$$\Xi_{11} = \text{diag}\{-R, -Q(s)\}, \Xi_{22} = -I,$$

$$\Xi_{33} = \text{diag}\{-R, -\bar{Q}(s)\}, \Xi_{21} = 0,$$

$$\begin{aligned} \Xi_{44} &= \text{diag}\{\text{diag}\{-R, -\bar{Q}(s)\}, \text{diag}\{-R, \\ & -\bar{Q}(s)\}, \dots, \text{diag}\{-R, -\bar{Q}(s)\}\}, \end{aligned}$$

$$\Xi_{31} = \begin{bmatrix} R\bar{A} & 0 \\ \bar{Q}(s)\bar{A} - Y^s & Y^s - X^s\bar{C}_\beta \end{bmatrix},$$

$$\Xi_{32} = \begin{bmatrix} R\bar{B} \\ \bar{Q}(s)\bar{B} - X^s\bar{D} \end{bmatrix}, \Xi_{42} = 0, \Xi_{43} = 0,$$

$$\Xi_{41} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\sqrt{\alpha_1} X^s E_n^1 & 0 \end{bmatrix}^T, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\sqrt{\alpha_2} X^s E_n^2 & 0 \end{bmatrix}^T, \dots, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\sqrt{\alpha_n} X^s E_n^n & 0 \end{bmatrix}^T \right\}^T.$$

证明 利用Schur补引理,定理1等价于

$$\begin{bmatrix} -P(s) & * & * \\ 0 & -I & * \\ \bar{P}(s)A^s & \bar{P}(s)B^s & -\bar{P}(s) \\ \sqrt{\alpha_1} \bar{P}(s)F_1^s & 0 & 0 \\ \sqrt{\alpha_2} \bar{P}(s)F_2^s & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sqrt{\alpha_n} \bar{P}(s)F_n^s & 0 & 0 \\ * & * & \dots & * \\ * & * & \dots & * \\ * & * & \dots & * \\ \leftarrow -\bar{P}(s) & * & \dots & * \\ 0 & -\bar{P}(s) & \dots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -\bar{P}(s) \end{bmatrix} < 0, \quad (39)$$

$$\begin{bmatrix} -P(s) & * \\ \mathcal{M} & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \quad (40)$$

考虑  $P(s) = \text{diag}\{R, Q(s)\}$ ,  $\bar{P}(s) = \text{diag}\{R, \bar{Q}(s)\}$ , 联立式(11),可计算得

$$\begin{aligned} \bar{P}(s)A^s &= \begin{bmatrix} R\bar{A} & 0 \\ \bar{Q}(s)\bar{A} - \bar{Q}(s)\bar{K}^s & \bar{Q}(s)\bar{K}^s - \bar{Q}(s)\bar{H}^s\bar{C}_\beta \end{bmatrix}, \\ \bar{P}(s)B^s &= \begin{bmatrix} R\bar{B} \\ \bar{Q}(s)\bar{B} - \bar{Q}(s)\bar{H}^s\bar{D} \end{bmatrix}, \\ \bar{P}(s)F_i^s &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\bar{Q}(s)\bar{H}^s E_n^i & 0 \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (41)$$

将式(41)代入(39)和(40),并引入新变量  $Y^s = \bar{Q}(s)\bar{K}^s$  和  $X^s = \bar{Q}(s)\bar{H}^s$ ,即为定理2.同时,由引理1可知,  $\bar{K}^s$  和  $\bar{H}^s$  满足式(9)的约束. □

注2 定理2给出了非高斯干扰输入下的分布式  $l_2$ - $l_\infty$  滤波器的设计方法,传感器网络所有滤波器存在的充分条件转化为线性矩阵不等式(36)和(37)可行解问题,即可通过求解如下的凸优化问题来设计分布式  $l_2$ - $l_\infty$  滤波器:

$$\begin{aligned} \min_{R, Q(s), X^s, Y^s} & \delta; \\ \text{s.t.} & \text{式(36)和(37)}. \end{aligned} \quad (42)$$

其中  $\delta = \gamma^2$ .

### 4 仿真例子

本节通过一个简单的例子来验证所提方法的有效性.

不失一般性,考虑具有4个节点的传感器网络,传感器网络的拓扑结构如图1所示.

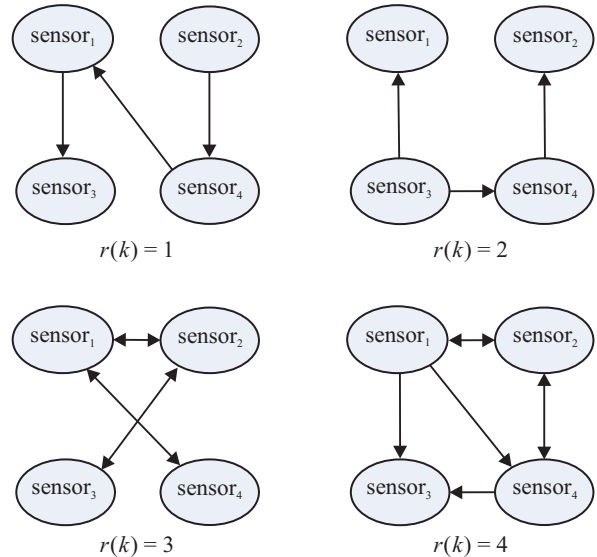


图1 传感器网络拓扑结构

邻接矩阵为

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{A}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \\ \mathcal{A}^3 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{A}^4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

拓扑结构切换服从Markov链,状态转移矩阵为

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0.2 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.6 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.7 \end{bmatrix}.$$

考虑下面的离散时间线性系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = \begin{bmatrix} -0.6 & 0.2 \\ 0 & -0.8 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} w(k), \\ z(k) = [0.1 \quad 0.2]x(k). \end{cases}$$

传感器节点  $i$  上的测量值为

$$y_i(k) = \theta_i(k)C_i x(k) + D_i w(k).$$

其中

$$C_1 = [0.1 \quad 0.1], \quad C_2 = [0.2 \quad 0.2], \quad C_3 = [0.5 \quad 0.7],$$

$$C_4 = [0.1 \ 0.2], D_1 = 1, D_2 = 0.4,$$

$$D_3 = 0.7, D_4 = 0.8.$$

假设干扰输入为

$$w(k) = e^{-0.2 \times k} \times \sin k,$$

并假设系统的初始状态以及滤波器的初始状态均为零,初始滤波器网络拓扑结构为 $r(0) = 1$ .

**例1** 理想情况下,考虑传感器网络不发生随机测量数据丢失时,此时

$$E\{\theta_i(k)\} = 1, i = 1, 2, 3, 4.$$

**例2** 考虑实际情况,传感器网络发生随机测量数据丢失时,此时

$$E\{\theta_1(k)\} = 0.79, E\{\theta_2(k)\} = 0.85,$$

$$E\{\theta_3(k)\} = 0.78, E\{\theta_4(k)\} = 0.92.$$

利用Matlab LMI Toolbox 工具箱对优化问题(42)进行寻优,得到最优的 $\gamma$ 分别为0.23和0.36. Markov链 $\{r(k)\}$ 的实现如图2所示;图3和图4为两种情况下系统实际输出 $z(k)$ 以及各个节点滤波器估计值 $\hat{z}_i(k), i = 1, 2, 3, 4$ ;图5和图6为在两种情况下各个节点滤波器输出估计误差 $e_i(k), i = 1, 2, 3, 4$ .

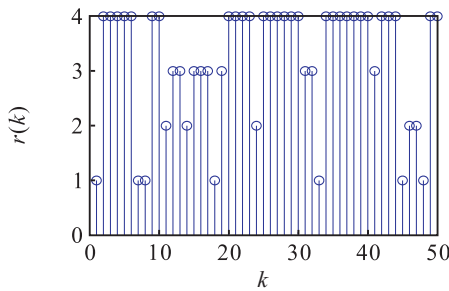


图2 Markov链 $\{r(k)\}$

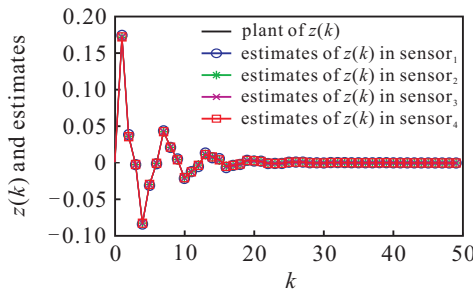


图3 实际输出 $z(k)$ 和各个节点输出的估计值(例1)

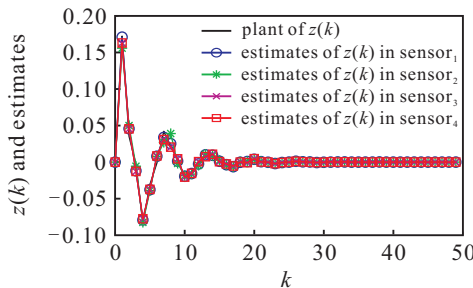


图4 实际输出 $z(k)$ 和各个节点输出的估计值(例2)

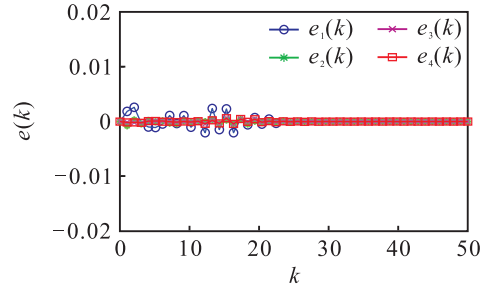


图5 各个节点输出的估计误差(例1)

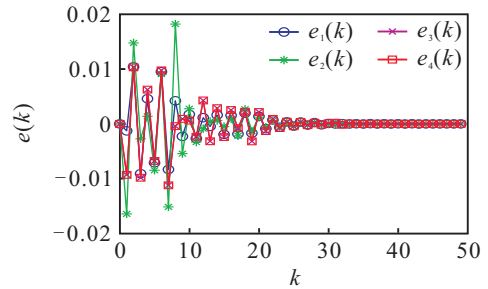


图6 各个节点输出的估计误差(例2)

仿真结果表明,对于拓扑结构随机切换的滤波器网络,滤波误差最终趋向于零,这表明本文设计的滤波器是有效的.在理想情况下,若传感器网络不发生随机测量值的丢失,所设计的分布式滤波器能够达到比较高的估计精度.考虑到在实际工程中传感器网络可能会发生随机测量丢失,此时所设计的分布式滤波器虽然滤波精度有所下降,但仍能实现较好的估计,体现了滤波器的鲁棒性.

### 5 结论

本文研究了传感器网络存在随机测量数据丢失情况下,考虑网络拓扑结构切换的分布式 $l_2-l_\infty$ 滤波器的设计问题.采用Bernoulli分布的随机变量描述系统测量数据的随机丢失,采用服从Markov链分布的随机变量描述网络拓扑结构的切换.利用Lyapunov稳定性理论,以LMI形式给出了分布式 $l_2-l_\infty$ 滤波性能的判据和滤波器参数的设计方法.仿真结果验证了本文所提方法的有效性.

### 参考文献(References)

[1] Savic V, Wymeersch H, Zazo S. Belief consensus algorithms for fast distributed target tracking in wireless sensor networks[J]. Signal Processing, 2014, 95: 149-160.

[2] Khan U A, Moura J M F. Distributing the Kalman filter for large-scale systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(10): 4919-4935.

[3] Chen B, Hu G, Ho D W C, et al. Distributed robust fusion estimation with application to state monitoring systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Systems, 2017, 47(11): 2994-3005.

[4] Zhang W A, Chen B, Chen M Z Q. Hierarchical fusion



- estimation for clustered asynchronous sensor networks[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(10): 3064-3069.
- [5] Yong X, Lu R, Peng S, et al. Finite-time distributed state estimation over sensor networks with round-robin protocol and fading channels[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 48(1): 336-345.
- [6] Xu Y, Lu R, Peng H, et al. Asynchronous dissipative state estimation for stochastic complex networks with jumping coupling and uncertain measurements[J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems, 2015, 28(2): 1-10.
- [7] Zhang D, Wang Q G, Srinivasan D, et al. Asynchronous state estimation for discrete-time switched complex networks with communication constraints[J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems, 2018, 29(5): 1732-1746.
- [8] Millán P, Orihuela L, Vivas C, et al. Distributed consensus-based estimation considering network induced delays and dropouts[J]. Automatica, 2012, 48(10): 2726-2729.
- [9] 谢可心, 杨春曦, 刘华, 等. 卡尔曼一致性滤波器的丢包性能分析及能量优化[J]. 控制理论与应用, 2018, 35(8): 1177-1185.  
(Xie K X, Yang C X, Liu H, et al. Packet-dropout performance and energy optimization of the distributed Kalman consensus filter[J]. Control Theory & Applications, 2018, 35(8): 1177-1185.)
- [10] Cattivelli F S, Sayed A H. Diffusion strategies for distributed Kalman filtering and smoothing[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(9): 2069-2084.
- [11] Cattivelli F S, Sayed A H. Distributed nonlinear Kalman filtering with applications to wireless localization[C]. IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing. Dallas: IEEE, 2010: 3522-3525.
- [12] Kar S, José M F, Moura. Gossip and distributed Kalman filtering: Weak consensus under weak detectability[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(4): 1766-1784.
- [13] Shen B, Wang Z, Shu H. Distributed  $H_\infty$ -consensus filtering in sensor networks[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Part B, 2009, 39(6): 1568-1577.
- [14] Dong H, Lam J, Gao H. Distributed  $H_\infty$  filtering for repeated scalar nonlinear systems with random packet losses in sensor networks[J]. International Journal of Systems Science, 2011, 42(9): 1507-1519.
- [15] Dong H, Wang Z, Gao H. Distributed filtering for a class of time-varying systems over sensor networks with quantization errors and successive packet Dropouts[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(6): 3164-3173.
- [16] Ugrinovskii V. Distributed robust estimation over randomly switching networks using  $H_\infty$  math container loading mathjax, consensus[J]. Automatica, 2013, 49(1): 160-168.
- [17] Yan H, Yang Q, Zhang H, et al. Distributed  $H_\infty$  state estimation for a class of filtering networks with time-varying switching topologies and packet losses[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Systems, 2018, 48(12): 2047-2057.
- [18] Yang F, Han Q L, Liu Y. Distributed  $H_\infty$  state estimation over a filtering network with time-varying and switching topology and partial information exchange[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 49(3): 870-882.
- [19] Liu B, Zhang X M, Han Q L. Event-triggered distributed  $H_\infty$  filtering for networked systems with switching topologies[C]. IEEE International Conference on Industrial Informatics. Cambridge: IEEE, 2015: 162-167.
- [20] 王武, 蔡逢煌, 林琼斌, 等. 部分测量数据丢失的网络化系统的  $l_2$ - $l_\infty$  滤波[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(6): 919-923.  
(Wang W, Cai F H, Lin Q B, et al.  $l_2$ - $l_\infty$  filtering for networked systems with missing measurements[J]. Control Theory & Applications, 2007, 24(6): 919-923.)
- [21] 王武, 杨富文. 具有随机通讯时延的网络化系统的  $l_2$ - $l_\infty$  滤波[J]. 控制与决策, 2007, 22(2): 211-214.  
(Wang W, Yang F W. The  $l_2$ - $l_\infty$  filtering for networked systems with random communication delays[J]. Control and Decision, 2007, 22(2): 211-214.)
- [22] 马秀莉, 刘博. 网络化系统的分布式  $H_\infty$  滤波[J]. 中北大学学报: 自然科学版, 2013, 34(5): 576-581.  
(Ma X L, Liu B. Distributed  $H_\infty$  filtering for networked systems[J]. Journal of North University of China: Natural Science Edition, 2013, 34(5): 576-581.)
- [23] Ugrinovskii V A. Distributed robust filtering with  $H_\infty$ , consensus of estimates[J]. Automatica, 2011, 47(1): 1-13.
- [24] Yu H, Liu Y, Wang W. Distributed  $H_\infty$  filtering in sensor networks with switched topology[C]. International Conference on System Science and Engineering. Dalian: IEEE, 2012: 264-269.

## 作者简介

朱凤增(1992—), 男, 博士生, 从事无线传感器网络、分布式滤波的研究, E-mail: zhufengzeng@stu.jiangnan.edu.cn;

闻继伟(1981—), 男, 副教授, 博士, 从事复杂系统性能分析与综合等研究, E-mail: wjw8143@aliyun.com;

彭力(1967—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统控制与优化、视觉物联网等研究, E-mail: pengli@jiangnan.edu.cn;

杨瑞田(1990—), 男, 博士生, 从事滑模控制、故障诊断的研究, E-mail: yangrt2016@163.com.

(责任编辑: 齐 霖)